



Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Faculdade de Ciências Exatas  
Departamento de Computação

Bacharelado em Sistemas de Informação

**Análise da Busca Local Multiobjetivo  
Baseada em Indicador na resolução do  
Problema de Roteamento de Veículos com  
serviços de entrega obrigatória e coleta  
opcional**

Ramon Rocha Leite

Trabalho de Graduação

Diamantina  
21 de março de 2017

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Faculdade de Ciências Exatas  
Departamento de Computação

Ramon Rocha Leite

**Análise da Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador  
na resolução do Problema de Roteamento de Veículos com  
serviços de entrega obrigatória e coleta opcional**

*Trabalho apresentado ao Programa de Bacharelado em Sistemas de Informação do Departamento de Computação da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.*

Orientadora: *Profa. Dra. Luciana Pereira de Assis*

Diamantina  
21 de março de 2017

**Ramon Rocha Leite**

**Análise da Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador na resolução do Problema de Roteamento de Veículos com serviços de entrega obrigatória e coleta opcional**

Monografia apresentada ao curso de Sistemas de Informação da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como pré-requisito para obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Luciana Pereira de Assis (Orientadora)  
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

---

Prof. Dr. Alessandro Vivas Andrade  
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

---

Prof. Me. Marcelo Ferreira Rego  
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Diamantina, 17 de março de 2017

*À minha família.*

# Agradecimentos

Agradeço aos docentes do Departamento de Computação e Departamento de Matemática e Estatística, de hoje, de antes e de sempre, pelo conhecimento e sabedoria a mim transmitidos com paciência, zelo e dedicação. Agradeço também a todos os servidores e demais colaboradores da UFVJM, os quais permitem diariamente que a universidade cumpra sua missão. Sou grato aos meus colegas dessa jornada, com os quais muito aprendi, pouco ensinei e compartilhei os momentos de fracasso e êxito. Também à minha família, pelo incentivo e apoio ao longo desses cinco longos (e rápidos) anos.

*De sofrer e de amar, a gente não se desfaz.*  
—JOÃO GUIMARÃES ROSA (Desenredo, 1976)

# Resumo

Uma considerável parte do custo operacional das empresas está relacionado aos custos logísticos para a distribuição de bens, principalmente no transporte de mercadorias. Nesse cenário o Problema de Roteamento de Veículos (VRP, do inglês *Vehicle Routing Problem*) possui muitas aplicações, pois seu principal objetivo é encontrar o conjunto de rotas que minimize o custo total de transporte de itens a serem coletados e entregues aos consumidores. Há inúmeras variações do VRP, que traduzem as diferentes necessidades de transporte no mundo real. Esse trabalho trata da variação chamada Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional (MOVRPOP, do inglês *Multi-objective Vehicle Routing Problem with Optional Pickup*), onde o atendimento da demanda de coleta é opcional. São considerados os objetivos de minimizar a distância total percorrida e a quantidade de itens não coletados. Devido à natureza combinatória desse problema, métodos heurísticos são utilizados para gerar um conjunto de soluções em um tempo computacional aceitável. O algoritmo utilizado neste trabalho é a busca local multiobjetivo baseada em indicador (IBMOLS, do inglês *Indicator-Based Multi-objective Local Search*), que utiliza um indicador binário o qual possibilita ao tomador de decisão apontar a suas preferências de otimização. Foi comparado o desempenho do IBMOLS utilizando três indicadores diferentes (Epsilon, Hipervolume e Fonseca) em 12 instâncias de problemas de 50 a 150 consumidores mais o depósito. Os resultados mostram que não há um indicador que seja melhor em todas as métricas avaliadas, sendo necessário um maior número de testes para verificar se as diferenças entre eles são estatisticamente significativas.

**Palavras-chave:** roteamento de veículos; otimização multiobjetivo; busca local baseada em indicador.

# Abstract

*The cost of distribution and logistics accounts for a sizable part of the total operating cost of the companies, specially transportation of goods. The Vehicle Routing Problem (VRP), which main objective is to find the lowest-cost set of routes to deliver and pickup items to customers, has many applications in that context. There are many VRP variations, which reflect the different transportation needs in the real world. This paper addresses the VRP variation called Multi-objective Vehicle Routing Problem with Optional Pickup (MOVRPOP), in which pick up the collection demand is optional. The objectives considered are to minimize total travel cost and number of itens uncollected. Due the combinatorial nature of this problem, heuristic methods are used to generate a set of solutions in an acceptable computational time. In this paper the algorithm adopted is the Indicator-Based Multi-objective Local Search (IBMOLS). It has a binary indicator that allows the decision maker to indicate his optimization preferences. The performance of the IBMOLS was tested with three different indicators (Epsilon, Hypervolume and Fonseca) in 12 problem instances containing between 50 and 150 costumers plus the depot. Results show that there isn't a indicator which is better than others in all metrics evaluated. More tests are needed to check if the differences among them are statistically significant.*

**Keywords:** *vehicle routing; multi-objective optimization; indicator-based local search.*

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Apresentação	1
1.2 Objetivos	4
1.3 Justificativa	5
1.4 Aplicações práticas	6
1.5 Estrutura do trabalho	8
<b>2 Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo</b>	<b>9</b>
2.1 O Problema de Roteamento de Veículos	9
2.2 Problema Geral de Coleta e Entrega	10
2.2.1 Trabalhos relacionados ao Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega	12
2.2.2 Trabalhos relacionados ao VRPB	16
2.3 Trabalhos relacionados às variações do MOVRP	19
2.4 Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional	21
2.4.1 Modelagem matemática	23
2.5 Conclusão	25
<b>3 Referencial Teórico</b>	<b>27</b>

3.1	Otimização	27
3.1.1	Otimização Mono-objetivo	28
3.1.2	Otimização Multiobjetivo	29
<b>4</b>	<b>Método de Pesquisa</b>	<b>33</b>
4.1	Ferramentas computacionais	33
4.2	Estruturas de Dados	34
4.3	Algoritmo IBMOLS	35
4.4	Indicadores Binários	39
4.4.1	Indicador Binário Epsilon	40
4.4.2	Indicador Binário Hipervolume	41
4.4.3	Indicador Binário Fonseca e Flemining	41
4.5	Conclusão	42
<b>5</b>	<b>Testes Computacionais</b>	<b>43</b>
5.1	Representação das soluções	43
5.2	Instâncias utilizadas	44
5.3	Medidas de eficiência empregadas	45
5.4	Resultados obtidos e discussão	47
5.5	Conclusão	50
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>52</b>
<b>7</b>	<b>Trabalhos Futuros</b>	<b>54</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>55</b>

# Lista de Figuras

2.1	Variações do problema geral de coleta e entrega	13
3.1	Soluções ótimas locais e global	29
3.2	Mapeamento de soluções em um problema de otimização combinatória multi-objetivo	30
3.3	Relação de dominância	31
3.4	Fronteira de Pareto	32
4.1	Estrutura para representação de um grafo	35
5.1	Representação de uma solução para o problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional	44
5.2	Cálculo do hipervolume para um problema de minimização bi-objetivo	47

# Lista de Tabelas

5.1	Instâncias propostas por <a href="#">Salhi e Nagy (1999)</a>	45
5.2	Média e desvio-padrão dos resultados de tempo (em segundos) obtidos	48
5.3	Média e desvio-padrão dos valores de cardinalidade das soluções	49
5.4	Média e desvio-padrão dos valores de hipervolume das soluções	49
5.5	Média e desvio-padrão dos valores de cobertura das soluções	50

## CAPÍTULO 1

# Introdução

### 1.1 Apresentação

O transporte é uma área estratégica para o desempenho das empresas e para a qualidade dos produtos e serviços oferecidos. Ele impacta na capacidade produtiva de um país e influencia diretamente na sua economia. Os custos de transporte dependem de fatores estruturais tais como a disponibilidade e as condições dos modais utilizados, a energia utilizada nestes e também as questões legais inerentes à mão-de-obra empregada e aos tipos de produtos comercializados. Esse panorama tem motivado as empresas investirem em recursos tecnológicos que visam otimizar o gasto dessa etapa da logística, o que aliás não é um problema fácil, em virtude do mesmo ser de natureza combinatória além de envolver diferentes situações desejáveis porém conflitantes.

A logística pode ser definida como o processo de planejamento, implementação e controle dos fluxos de insumos e produtos na cadeia produtiva, de modo que as mercadorias possam ser transportadas, desde as origens até os destinos, em tempo hábil e em conformidade com as necessidades de quem as demanda (CNT, 2014a). O lugar de destaque da logística é nítido ao se verificar que os custos logísticos representam um percentual de 8,7% da receita líquida das empresas, considerando estoque, transporte e armazenagem (ILOS, 2014). A maior parcela desses custos estão concentrados no transporte: no Brasil, estima-se que eles representaram 59,8% do total dos custos logísticos em 2008 (CNT, 2014a).

Tais custos são afetados, dentre outros fatores, pelo custo do modal de transporte utilizado. Os modais de transporte de cargas são rodoviário, ferroviário, dutoviário, aquaviário e aéreo (Wanke e Fleury, 2006). Segundo levantamento da empresa de consultoria ILOS (ILOS, 2014), o modal mais utilizado no Brasil é o rodoviário, responsável por 67% da carga total transportada, ao passo que nos Estados Unidos esse percentual é de 31%. A situação entre os dois países é inversa considerando-se o modal ferroviário: 18% e 37%, respectivamente. Depois do modal aéreo, o rodoviário é o mais caro no Brasil, com um custo médio por quilô-

metro seis vezes maior que o ferroviário e quatro vezes maior que o aquaviário. Esses números indicam como no Brasil a logística tende a ser um desafio ainda maior para as empresas.

Os custos logísticos totais representam um grande peso nos resultados apresentados pelas economias nacionais. Em 2013, houve no Brasil um prejuízo calculado de R\$ 115 milhões, ocasionado pela dificuldade no escoamento de grãos para o porto de Santos (Globo, 2013). Em dezembro de 2014 a alta no Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) foi alavancada pelo grupo dos transportes (EXAME, 2014). No Brasil, os custos logísticos totais representaram, em 2008, 11,6% do PIB. Em comparação, nos Estados Unidos da América, no mesmo período, esse percentual foi de 8,7% (CNT, 2014b).

As atividades logísticas afetam os índices de preços, custos financeiros, produtividade e satisfação dos clientes (Bacic e Aguilera, 2005). Devido a esse cenário brasileiro de alto custo do transporte e à relevância deste na situação econômica das empresas e países, toda possível redução de custos de transporte impacta no valor dos bens e serviços, o que, por sua vez, gera economia tanto para produtores como para consumidores. Dentre as alternativas para essa redução, destaca-se a utilização das tecnologias de informação, através dos sistemas de Roteirização de Veículos disponíveis para empresas de transporte rodoviário de cargas (Bacic e Aguilera, 2005).

Existem diversos trabalhos na literatura que abordam as diferentes situações do mundo real que envolvem o roteamento de veículos. As pesquisas teóricas e práticas nesse campo iniciaram-se em 1959, com o artigo *Truck Dispatching Problem* (Dantzig e Ramser, 1959). Mais tarde, surgiram outros trabalhos relacionados ao tema, mais completos e detalhados, como o livro *Distribution Management* de Eilon *et al.* (1971). São apresentadas no livro *The vehicle routing problem* de Toth e Vigo (2001) além da definição básica, definições também das principais variações do problema.

O Problema de Roteamento de Veículos tradicional (VRP, do inglês *Vehicle Routing Problem*) consiste em definir rotas entre um depósito e um conjunto de pontos de entrega que minimize o custo de transporte (Pereira, 2007). Neste problema há um número  $n$  de veículos e  $m$  pontos de demanda. Cada um destes pontos requer uma quantidade específica de produtos a serem entregues (Caric e Gold, 2008b). Cada ponto de entrega é visitado apenas uma vez e por apenas um veículo, o qual possui capacidade limitada.

Todavia, muitas situações reais fogem à essa definição básica, sendo uma delas apresentada através do Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea (VRPSPD, do inglês *Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery*), que

incorpora o conceito da logística reversa. Segundo Assis (2013), no VRPSPD os consumidores possuem demandas de coleta e entrega, mas o consumidor deve ser visitado uma única vez, atendendo simultaneamente as demandas de coleta e entrega em sua totalidade, sem atendimento parcial.

A logística reversa tem se tornado cada vez mais importante devido à necessidade de reutilização das embalagens dos produtos, seja por questões ambientais ou por recuperação de valor agregado às mesmas. O alumínio e o vidro, utilizados como embalagens de bebidas, dentre outros produtos, são exemplos dessa reutilização. Estima-se que 97,9% das latas de alumínio foram recicladas no Brasil em 2012 (ABAL, 2012). Entre as embalagens de vidro, esse percentual é de 47% (ABIVIDRO, 2012). Em determinados casos, o recolhimento das embalagens de alguns produtos é obrigatório por lei, conforme ocorre com os agrotóxicos, de acordo com o Decreto nº 4.074 de 2012 (do Brasil, 2012).

Contudo, em muitas situações, a demanda de coleta desses materiais não precisa ser atendida no momento em que é feita uma nova entrega, podendo inclusive ser atendida parcialmente. Nesse contexto, tem-se a definição de uma generalização do VRPSPD, o Problema de Roteamento de Veículos com Entrega e Coleta Seletiva (VRPDSP, do inglês *Vehicle Routing Problem with Delivery and Selective Pickup*). Nesse problema todas as demandas de entrega devem ser atendidas, mas pode-se escolher quais demandas de coleta atender (Maravilha, 2011).

A maioria dos trabalhos na literatura referentes aos problemas de roteamento de veículos se baseia numa abordagem mono-objetivo, o qual geralmente consiste em minimizar o custo, mensurado através da distância total percorrida pelos veículos para atender às demandas. Contudo, na maioria das situações reais, a roteirização de veículos envolve mais de um objetivo, muitas vezes conflitantes entre si.

O conflito de objetivos se caracteriza quando a melhora em um objetivo provoca a piora em outros. Nesse caso não é possível encontrar uma solução ótima para todos os objetivos simultaneamente. Encontra-se um conjunto de soluções, obtidas de acordo com a importância que se dá, num dado momento, a cada objetivo em relação aos demais, baseada em algum critério de otimalidade.

O Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional (MOVRPOP, do inglês *Multiobjective Vehicle Routing Problem with Optional Pickup*) modela exatamente a situação em discussão. MOVRPOP é uma generalização do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea (VRPSPD), porém com uma abordagem multiob-

jetivo, no qual a restrição de atendimento a todas as demandas de coletas é transformada em uma função objetivo (Assis, 2013).

Além do mais, em problemas de otimização de múltiplos objetivos que são conflitantes, muitas vezes cabe ao tomador de decisão definir o grau de importância que um determinado tipo de solução tem em relação às demais, de modo a garantir que os objetivos da organização sejam atingidos e o modelo de negócio sobreviva. Nesse sentido, são propostas meta-heurísticas baseadas em indicadores (Zitzler e Künzli, 2004) (Basseur *et al.*, 2012), os quais possibilitam que a qualidade de uma solução seja definida de acordo com as preferências do tomador de decisão.

Embora haja um grande número de trabalhos que utilizem algoritmos evolucionários para resolução dos problemas de otimização combinatória, também é conhecida a eficiência dos métodos baseados nos vários tipos de buscas locais. Um deles é a Descida em Vizinhança Variável (VND, do inglês *Variable Neighborhood Descent*), baseado no método da descida (*Hill Climbing*) (Russell e Norvig, 2010). A VND consiste em aplicar diferentes estruturas de vizinhança em sequência com o propósito de realizar a busca em cada estrutura até que não haja melhora possível (Hansen e Mladenović, 2001). Quando as estruturas de vizinhança são aplicadas em uma ordem aleatória tem-se a Descida em Vizinhança Variável Aleatória (RVND, do inglês *Random Variable Neighborhood Descent*) (Penna *et al.*, 2013).

Esse trabalho apresenta um estudo da Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador (IBMOLS, do inglês *Indicator-based Multiobjective Local Search*) como ferramenta para resolução do MOVRPOP. O IBMOLS utiliza o RVND em sua busca local, além de um mecanismo de perturbação das soluções. São testados no IBMOLS três diferentes indicadores encontrados na literatura, os quais são comparados em termos da qualidade das soluções obtidas. Deste modo, aquele indicador que melhor se adequar ao problema abordado poderá ser utilizado na resolução de problemas reais, reduzindo custos de transporte e aprimorando a maneira como os produtos são entregues e coletados.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho consiste em analisar os diferentes indicadores do algoritmo IBMOLS no problema de roteamento de veículos multiobjetivo, no qual a demanda de entrega é obrigatória mas a coleta é opcional.

Como objetivos específicos, estão:

- Identificar a importância e consequente impacto do transporte nos custos logísticos das organizações e países;
- Fazer uma revisão da literatura sobre o problema de roteamento de veículos, de modo a estudar o tema bem como identificar as tendências dos trabalhos relacionados ao mesmo;
- Propor e implementar uma técnica heurística para gerar um conjunto de soluções para o problema; e
- Testar a eficiência da técnica proposta, identificando o melhor indicador que se adequa ao problema abordado.

### **1.3 Justificativa**

O transporte rodoviário é o modal mais utilizado no Brasil e possui um custo elevado devido a uma série de fatores, tais como condições das rodovias, preço dos combustíveis e questões relacionadas à legislação brasileira. Tais fatores impactam na situação econômica das empresas, portanto se faz necessário e importante a redução dos custos de transporte, o qual pode ser obtido através das tecnologias de informação, como por exemplo os roteirizadores de veículos.

O roteamento de veículos é indispensável para as distribuidoras que precisam atender demandas de entrega de produtos e muitas vezes o recolhimento de embalagens e produtos defeituosos ou recusados. Todavia, em situações reais muitas vezes não há a obrigatoriedade de se atender a demanda de coleta no momento em que se é feita uma nova entrega ao mesmo consumidor, sendo a coleta opcional e executada de acordo com disponibilidade e conveniência ou por algum prazo estabelecido em lei.

A economia de recursos que o roteamento de veículos proporciona pode depender de vários objetivos desejáveis porém conflitantes, tais como os que se referem à distância percorrida, número de veículos e atendimento da demanda dos consumidores em um intervalo de tempo específico. Apesar de problemas com tais características - coleta opcional e múltiplos objetivos - serem recorrentes em situações reais, estudos sobre o mesmo são pouco vistos na literatura.

Devido ao tamanho e complexidade desse problema em razão de sua natureza combinatória, é necessário o emprego de técnicas heurísticas para obtenção de soluções viáveis. Além dos algoritmos evolucionários e bio-inspirados, as técnicas baseadas em busca local também podem apresentar resultados e são muito utilizadas, seja de modo independente ou combinadas com outros métodos.

Acrescenta-se ainda que uma mesma solução pode ser considerada de maior ou menor qualidade dependendo do contexto em que a organização se encontra, ou mesmo da preferência pessoal de qualquer dos seus membros. Nesse contexto, são bem-vindas as técnicas que incorporem um indicador a fim de possibilitar que a qualidade das soluções seja determinada levando-se em consideração as preferências do tomador de decisão.

Uma dessas técnicas é a Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador (IBMOLS, do inglês *Indicator-based Multiobjective Local Search*), a qual possibilita a utilização de um indicador que expresse os critérios de otimização definidos. É incorporado ao IBMOLS um mecanismo de perturbação que permite escapar de ótimos locais. O processo de busca local é realizado de acordo com a Descida em Vizinhança Variável Aleatória.

Este trabalho almeja, portanto, fazer um estudo da aplicação do IBMOLS na geração de soluções para o Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional, utilizando três diferentes indicadores e analisando as diferenças entre eles. O melhor indicador escolhido de acordo com as métricas estabelecidas poderá ser aplicado em trabalhos futuros e problemas reais, proporcionando uma redução nos custos de transporte.

## 1.4 Aplicações práticas

O roteamento de veículos possui inúmeras aplicações práticas nas mais diversas áreas, desde comerciais a de utilidade pública, relacionadas ao transporte de pessoas, insumos ou produtos acabados. Sua utilização pode se dar tanto para atividades-meio ou atividades-fim das organizações, podendo representar um impacto significativo em seus objetivos. Entre suas inúmeras aplicabilidades, pode-se destacar:

- Distribuição de bebidas, produtos químicos, da construção civil e do *e-commerce*;
- Transporte escolar, coletivo, interurbano e interestadual;
- Recolhimento de lixo, embalagens retornáveis e produtos danificados;

- Transporte de grãos, cana-de açúcar, madeira e minério;
- Roteamento de helicópteros, linhas aéreas, caminhões, patrulhamento policial, serviços de emergência, navios de longo curso, veículos de limpeza, satélites, robôs em manufatura, pacotes de redes de computadores e fluxos em redes de telecomunicações.

## 1.5 Estrutura do trabalho

Os capítulos seguintes estão organizados da seguinte maneira:

No Capítulo 2 é apresentado e definido formalmente o Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Entrega Obrigatória e Coleta Opcional. Para tanto, é apresentada a versão clássica do Problema de Roteamento de Veículos, bem como trabalhos relacionados às variações desse problema.

No Capítulo 3 são abordados os conceitos de otimização mono-objetivo e multiobjetivo, meta-heurística e busca local, temas comuns do campo da otimização, natureza da qual pertence o problema abordado nesse trabalho.

O Capítulo 4 descreve as ferramentas computacionais utilizadas no desenvolvimento e aplicação da heurística utilizada. Além disso, é apresentado o IBMOLS, a técnica utilizada neste trabalho. São apresentadas seus princípios e motivações, alguns trabalhos que a utilizaram, bem como o algoritmo que o descreve e os indicadores utilizados.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados dos três indicadores utilizados no IBMOLS. Também são mencionadas as métricas utilizadas para a análise e comparação dos resultados entre os indicadores.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas e o Capítulo 7 elenca possíveis trabalhos futuros.

# Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo

O objetivo deste capítulo é apresentar e definir formalmente o Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Entrega Obrigatória e Coleta Opcional. Para tanto, a seção 2.1 apresenta o Problema de Roteamento de Veículos clássico e algumas de suas variações. A seção 2.2 apresenta uma classificação dos problemas de roteamento de veículos que envolvem coleta e entrega. Ademais, traz uma revisão da literatura sobre as modalidades do problema. A seção 2.3 apresenta uma revisão da literatura sobre os trabalhos relacionados às principais variações do problema de roteamento de veículos com abordagem multiobjetivo. A seção 2.4 define formalmente o problema abordado neste trabalho. Por fim, a seção 2.5 apresenta a conclusão do capítulo.

## 2.1 O Problema de Roteamento de Veículos

O Problema de Roteamento de Veículos, (VRP, do inglês *Vehicle Routing Problem*), foi inicialmente proposto por (Dantzig e Ramser, 1959) como uma generalização do Problema do Caixeiro Viajante (TSP, do inglês *Traveling Salesman Problem*), na qual seria necessário ao transportador realizar mais de uma viagem para atender a todas as demandas dos consumidores. Trata-se de um problema de natureza combinatória, da classe NP-difícil (Maravilha, 2011).

O VRP pode ser definido como um conjunto de  $n$  veículos os quais são responsáveis por entregar uma quantidade discreta de bens a  $m$  consumidores. Esses veículos se encontram inicialmente em um depósito e possuem uma capacidade limitada  $Q$ . A solução do VRP clássico consiste em um conjunto de rotas as quais se iniciam e terminam no depósito, a demanda de todos os consumidores deve ser satisfeita e todos eles são atendidos uma única vez (Caric e Gold, 2008a). O objetivo é minimizar o custo total de transporte, geralmente mensurado pela distância total percorrida.

Embora o VRP clássico geralmente trate um único objetivo, o qual é geralmente a minimização do custo da solução, os problemas reais encontrados na logística são por natureza

multiobjetivo. Nesse contexto, *Jozefowicz et al. (2008)* fazem um levantamento da pesquisa existente em problemas de roteamento com otimização multiobjetivo. A sua análise é feita sob os aspectos da definição e dos objetivos do problema, além dos algoritmos propostos para a sua resolução. Nesse mesmo trabalho, o autor ainda elenca três principais caminhos nos quais os Problemas de Roteamento de Veículos Multiobjetivo (MOVRP, do inglês *Multi-objective Vehicle Routing Problem*) são utilizados: estender problemas acadêmicos clássicos para melhorar sua aplicação prática, generalizar problemas clássicos ou estudar casos reais nos quais os objetivos são claramente identificados pelo tomador de decisão.

Ademais, uma característica muito recorrente além da existência de múltiplos objetivos é o fato de poder haver demandas de coleta e entrega nos pontos das rotas. Dependendo da situação, tais demandas podem ser atendidas total ou parcialmente, devendo ou não serem atendidas de uma única vez. Ocorre também que os itens transportados não necessariamente saem de um depósito e retornam ao mesmo, mas são transportados ao longo dos pontos de demanda, conforme ocorre com o transporte de passageiros.

Os objetivos que envolvem o MOVRP são diversos e geralmente considerados de forma simultânea, sendo muitas vezes inclusive conflitantes. Os mais comuns são minimizar a distância total percorrida, o tempo total necessário, o número de veículos, o intervalo de tempo do atendimento de um mesmo consumidor e o custo total da viagem. Também é comum encontrar o objetivo de balanceamento de rotas e carga de trabalho. Nas próximas seções serão analisadas algumas das variações de MOVRP's com maior destaque na literatura, bem como as modalidades de VRP nas quais há o serviço de coleta e entrega.

## 2.2 Problema Geral de Coleta e Entrega

*Parragh et al. (2008)* definem o conjunto de problemas que possuam as demandas de coleta e entrega como Problema Geral de Coleta e Entrega (GPDP, do inglês *General Pickup and Delivery Problem*). Os mesmos autores o subdividem em duas classes:

- *one-to-many-to-one*: quando os bens que satisfarão as demandas dos consumidores partem de um ou vários depósitos em veículos, são realizadas as entregas e coletas e os veículos retornam ao depósito com toda a carga coletada.
- *one-to-one*: nessa circunstância os veículos partem de um ou vários depósitos e as de-

mandas de entrega são atendidas com itens coletados anteriormente, retornando totalmente vazios ao depósito.

Em seu trabalho, [Parragh et al. \(2008\)](#) também definem os problemas da classe *one-to-many-to-one* como Problema de Roteamento de Veículos com Coletas de Retorno (VRPB, do inglês *Vehicle Routing Problem with Backhauls*) e os problemas da classe *one-to-one* como Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (VRPPD, do inglês *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*).

O VRPPD ainda é dividido em duas categorias definidas do seguinte modo:

- emparelhada: quando é explicitamente determinado os pontos nos quais uma carga será coletada e onde a mesma será entregue. Quando se está transportando pessoas, é comumente chamado de *Dial-a-Ride Problem* (DARP). Tratando-se de bens de uma maneira geral, o nome dado é Problema de Coleta e Entrega (PDP, do inglês *Pickup and Delivery Problem*).
- desemparelhada: nessa circunstância, um item coletado em qualquer nó poderá ser utilizado para satisfazer a demanda de qualquer outro nó. [Parragh et al. \(2008\)](#) definem essa situação como Problema de Roteamento de Veículos de Coleta e Entrega (PDVRP, do inglês *Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem* )

O VRPB também é dividido em duas categorias, de acordo com o tipo de demanda (coleta, entrega ou ambos) ([Parragh et al., 2008](#)), ou ainda com relação ao modo como se atende as demandas (a ordem em que são executadas bem como a obrigatoriedade) com duas subcategorias cada uma, a saber:

- *cada consumidor pode apresentar apenas um tipo de demanda*. Nessa situação, o consumidor possui apenas demanda de entrega ou apenas demanda de coleta. Se todas as entregas precisam ser feitas antes da primeira coleta ser atendida, trata-se do Problema de Roteamento de Veículos com Coleta de Retorno Agrupada (VRPCB, do inglês *Vehicle Routing Problem with Clustered Backhauls*). Caso não haja essa restrição e cada uma das demandas de coleta e entrega possam ser atendidas em qualquer ordem, trata-se do Problema de Roteamento de Veículos com Entrega e Coleta de Retorno Mista (VRPMB, do inglês *Vehicle Routing Problem with Mixed Linehauls and Backhauls*).
- *os consumidores apresentam ambos os tipos de demanda*. Nessa hipótese [Parragh et al. \(2008\)](#) elencam duas possibilidades. A primeira delas é que o veículo possa fazer duas

visitas ao mesmo consumidor, sendo a primeira delas para realizar a entrega e a segunda para a coleta, ou seja, o atendimento ao consumidor é dividido em duas etapas. Por essa característica, essa variação é denominada Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Divisíveis (VRPDDP, do inglês *Vehicle Routing Problem with Divisible Delivery and Pickup*). Caso os consumidores sejam visitados uma única vez para atender os dois tipos de demanda, tem-se o Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas (VRPSPD, do inglês *Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery*).

A figura 2.1 apresenta um resumo da divisão do Problema Geral de Coleta e Entrega, de acordo com a nomenclatura proposta por Parragh *et al.* (2008).

### 2.2.1 Trabalhos relacionados ao Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega

Esta seção tem por objetivo apresentar trabalhos na literatura que tratam de alguma variação do VRPPD, problema no qual as entregas são atendidas com itens provenientes de coletas realizadas anteriormente, não havendo um ponto que funcione como depósito para carregar ou descarregar o veículo antes ou após atender os consumidores. Nos trabalhos mencionados, são apresentadas variações do VRPPD proposta por outros autores. Busca-se destacar também os objetivos considerados no problema, assim como os algoritmos, estratégias e ferramentas utilizados para sua resolução.

Berbeglia *et al.* (2010) fazem uma revisão da literatura dos problemas de entrega e coleta dinâmicos - *Dynamic PDP* - da classe *one-to-one*. É realizada uma revisão dos trabalhos relacionados a essa classe de problemas, apontando as estratégias e algoritmos utilizados bem como os principais resultados e conclusões encontrados. Diferentemente dos problemas estáticos, os quais todos os dados de entrada referentes às demandas dos consumidores são conhecidos antes das rotas serem construídas, nos problemas de roteamento dinâmicos parte dos dados são revelados ao longo do tempo conforme as ações são tomadas. É o que ocorre, por exemplo, com o transporte coletivo em centros urbanos, nos quais a quantidade exata bem como os destinos de cada passageiro não são conhecidos previamente.

Em seu trabalho, Berbeglia *et al.* (2010) apresentam três variações do *Dynamic PDP* da classe *one-to-one* emparelhado, a saber:

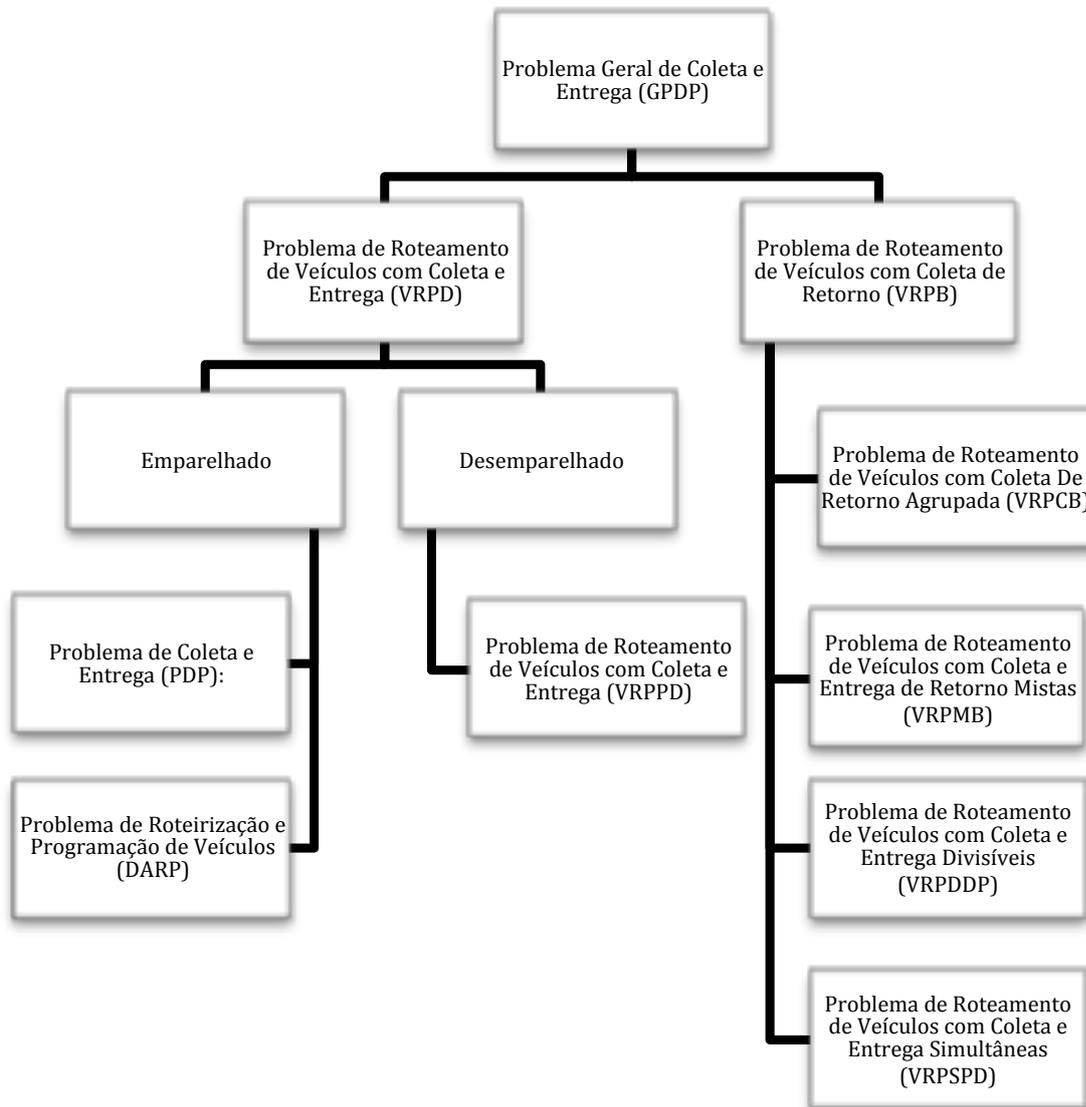


Figura 2.1: Variações do problema geral de coleta e entrega. Fonte: Assis (2013)

- Problema do Guindaste Dinâmico, (SCP Dinâmico, do inglês *Dynamic Stacker Crane Problem*), cada pedido tem de ser transportado diretamente de seu local de coleta ao seu local de entrega. A restrição de que apenas uma solicitação pode ser tratado em um momento por um veículo é geralmente se deve à capacidade. Esse problema leva esse nome em referência ao problema prático de gestão de operações de guindaste. A principal aplicação do SCP dinâmico é o problema de operar uma frota de caminhões que estão cheios entre um local de coleta e outro de entrega.

- Problema de Roteamento de Veículos Dinâmico com Coletas e Entregas (VRPPD Dinâmico, do inglês *Dynamic Vehicle Routing Problem with Pickups and Deliveries*). No VRPPD dinâmico os veículos podem servir mais de uma solicitação ao mesmo tempo. Neste tipo de problema, os pedidos são de transporte de objetos, tais como cartas e cargas. Um exemplo de um VRPPD dinâmico são os serviços de correio expresso. As empresas que trabalham com esse serviço podem receber centenas ou milhares de solicitações dinâmicas em um mesmo dia. Os pedidos consistem no transporte de cartas ou encomendas a partir de um ponto de coleta para um ponto de entrega.
- Problema de roteirização e programação de veículos (DARP Dinâmico, do inglês *Dynamic Dial-a-Ride Problem*, no qual os pedidos consistem em usuários que necessitam ser transportados de uma origem até um destino. Estes problemas usualmente contêm várias restrições que controlam as inconveniências que possam surgir para o usuário. Tais restrições podem ser janelas de tempo curtas e tempos máximos de trajeto. A principal aplicação do DARP Dinâmico é o transporte de deficientes e idosos nas cidades, os quais precisam de cuidados especiais dadas as suas condições físicas.

Scholz e Bartelme (2011) estudam uma variação de VRPPD chamado Problema de Roteamento de Veículos com Coleta, Entrega e Janela de Tempo (VRPPDTW, do inglês *Vehicle Routing Problem with Pickup, Delivery and Time Windows*). No problema considerado, a carga demandada por um cliente é coletada em um ponto específico o qual é visitado antes da passagem pelo ponto que demanda aquela carga, entretanto tais pontos (provedor e consumidor) devem estar na mesma rota. Adicionalmente, os autores também empregam na modelagem do problema o conceito de geografia temporal, utilizado para representar a complexidade da dimensão espaço-temporal inerente aos problemas dessa natureza. Para resolver o VRPPDTW é utilizada uma Heurística de Melhoramento através da Busca de Vizinhança Ampla Adaptativa, (ALNS, do inglês *Adaptive Large Neighborhood Search*). Busca-se encontrar um conjunto de rotas que minimize os custos de acordo com as restrições presentes no problema.

Para resolver esse mesmos tipo de problema Dridi *et al.* (2011a) Dridi *et al.* (2011b) utilizaram o método de dominância de Pareto e apresentou um algoritmo genético multiobjetivo. Os objetivos a serem alcançados são minimizar o custo total de viagem e o tempo total de atraso. O conjunto de instâncias utilizados foi de Eilon *et al.* (1971).

Já Ting e Liao (2013) relaxam a obrigatoriedade de atender todas as demandas de coleta, o que ele denomina como Problema de Entrega e Coleta Seletiva (SPDP, do inglês *Selective Pickup and Delivery Problem*). No modelo proposto, o problema é mono-objetivo, o qual

busca minimizar o custo da viagem. Para a resolução do problema ele propõe três algoritmos, o algoritmo genético, a busca tabu e um algoritmo memético. Este último é implementado em uma lógica semelhante ao do algoritmo genético, além de empregar um operador de busca local projetado para o problema estudado. As soluções candidatas são representadas como cromossomos. Assim que uma função avalia a qualidade dessas soluções e a população é inicializada, o algoritmo emprega um processo evolucionário com as fases de cruzamento, seleção e mutação. O algoritmo memético apresentou melhores resultados tanto em termos de velocidade de convergência quanto em qualidade das soluções encontradas, se comparado com os outros dois. Além de instâncias de [Hernández-Pérez et al. \(2009\)](#), o algoritmo é testado em um caso real de uma cidade de Taiwan, o qual consiste no serviço que caminhões realizam, transportando de bicicletas de aluguel pela cidade.

[Liao e Ting \(2013\)](#) também estudam o SPDP, porém com dois objetivos, que são minimizar a distância percorrida e a capacidade do veículo. Eles utilizam o algoritmo memético multiobjetivo (MOMA, do inglês *multiobjective memetic algorithm*), o qual é baseado no NSGA-II e ainda utiliza busca local.

[Hosny \(2010\)](#) investiga em sua tese mecanismos para resolução de várias classes de problemas de roteamento, dentre os quais o PDPTW (*Pickup and Delivery Problem with Time Windows*), tendo uma abordagem com um ou mais veículos, nos quais o objetivo é minimizar o custo total de transporte. Na modelagem do problema são estabelecidas penalidades para violação da capacidade do veículo e da janela de tempo, além de ser considerado o tempo que o veículo fica esperando para realizar a próxima entrega dentro da janela de tempo especificada. Em sua tese o mesmo utiliza uma série de heurísticas e meta-heurísticas para resolução do problema, tais como Busca em Vizinhança Variável, *Hill Climbing*, *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético.

Entre os problemas *one-to-one* desemparelhados, destaca-se na literatura o Problema da Troca (SP, do inglês *Swapping Problem*). Esse problema pode ser definido como um grafo completo no qual cada vértice pode ser uma unidade que demanda um item, uma unidade de fornecimento de um item ou ambas as situações. O item sempre é uma unidade de um tipo conhecido. O SP pode ser preemptivo, quando um item transportado pelo veículo pode ser deixado em locais temporários antes de chegar ao seu destino final, ou então não-preemptivo, quando o transporte de um item pode ser interrompido, ou seja, uma vez carregado, o item deve permanecer no veículo até ser entregue em seu destino ([Bordenave et al., 2012](#)).

[Erdogan et al. \(2010\)](#) estudam o SP não-preemptivo. Em seu trabalho o objetivo é

determinar a rota de menor custo para transportar todos os itens de modo que todas as demandas sejam satisfeitas. São formulados três modelos de programação linear do problema, os quais são resolvidos por um algoritmo *branch-and-cut*. O autor utiliza 64 instâncias que foram adaptadas da biblioteca de instâncias do TSP (TSPLIB, do inglês *Traveling Salesman Problem Library*). O algoritmo conseguiu resolver instâncias com até 30 nós com uma quantidade de 4 tipos diferentes de itens considerados. (Bordenave *et al.* (2012) também utilizam o *branch-and-cut* contudo para estudar o SP com o mesmo objetivo, porém em sua versão preemptiva. Ele chega à conclusão de que o número de vértices do modelo do problema é um parâmetro mais influente no tempo computacional gasto do que número de tipos de itens carregados.

### 2.2.2 Trabalhos relacionados ao VRPB

Esta seção tem por objetivo apresentar trabalhos relacionados às quatro variações do VRPB, nas quais os bens que os veículos entregam saem todos de um depósito e são entregues aos requisitantes. Da mesma maneira, tudo o que é coletado também é transportado pelo veículo até o depósito. Ou seja, os consumidores não são fornecedores de bens entre si nem funcionam como receptores do que é coletado em outros pontos. São apresentadas as variantes abordadas pelos diversos autores dentro do contexto da classificação de Parragh *et al.* (2008), adotada neste trabalho, enfatizando as estratégias de resolução utilizadas.

Bortfeldt *et al.* (2015) estendem o VRPCB em um problema de carregamento tridimensional. A capacidade do veículo é substituída por um espaço de carga tridimensional, sendo algumas restrições de acondicionamento em três dimensões, tais como empilhamento de caixas, integradas à modelagem do problema. O autor propõe dois algoritmos híbridos para resolver o problema, os quais possuem dois procedimentos cada: um para roteamento dos veículos e outro para acomodação das cargas nestes. Ambos os algoritmos apresentam uma heurística de árvore de busca para o problema de acondicionamento dos itens, ao passo que enquanto um utiliza uma heurística baseada na busca em largura para o roteamento, o outro algoritmo utiliza a busca em vizinhança variável. São utilizadas 95 instâncias derivadas de instâncias conhecidas do VRPCB de Goetschalckx e Jacobs-Blecha (1989) e Toth e Vigo (1997).

Lai *et al.* (2014) apresentam um estudo de um caso real do VRP de uma transportadora italiana, delineado como um VRPCB em que se pode haver atendimento fracionado das coletas. A transportadora utiliza caminhões os quais transportam containers entre os portos e os exportadores e importadores. A formulação do problema é feita através de um modelo de pro-

gramação linear inteira e é proposto um algoritmo de Orientação Adaptativa para resolvê-lo. Esse algoritmo alcançou bons resultados em tempo computacional muito menor que o tempo gasto para encontrar a primeira solução viável através da formulação matemática proposta. O problema de transporte de containers de portos é estudado também em [Lai et al. \(2013\)](#), contudo nesse trabalho o autor incorpora o conceito de uma frota heterogênea em um VRPCB no qual o caminhão pode transportar um ou dois containers. É utilizado o algoritmo *Clarke-and-Wright* com uma sequência de fases de buscas locais.

Conforme já mencionado, no VRPDDP os itens de coleta e entrega de um mesmo ponto podem ser atendidos separadamente. [Salhi e Nagy \(1999\)](#) fazem um estudo da economia que se pode obter no VRPDDP ao se realizar o atendimento de coleta e entrega separadamente. O problema é formulado através da programação inteira linear mista (PLIM). É utilizado o RTS (*Reactive Tabu Search* de [Wassan et al. \(2008\)](#)) e o conjunto de instâncias de [Salhi e Nagy \(1999\)](#). Os autores concluem, dentre outros, que frequentemente os custos podem ser reduzidos se os consumidores forem visitados duas vezes. Observaram também que algumas questões podem interferir nessa assertiva, tais como o fato de o consumidor possuir uma demanda elevada de entrega ou de coleta, sua proximidade do depósito ou ainda sua localização em um denso núcleo de consumidores.

[McNabb et al. \(2015\)](#) estudam um problema semelhante ao VRPDDP, chamado SDVRP, do inglês *Vehicle Routing Problem with Split Deliveries*. Assim como o VRPDDP, o SDVRP baseia-se na premissa de permitir mais de uma visita ao consumidor, contudo nessa variação é permitida mais que duas visitas a um mesmo consumidor, além de ser possível que as coletas sejam efetuadas de forma fracionada. [McNabb et al. \(2015\)](#) associam a esse problema também uma janela de tempo, analisando operadores de movimento em busca local associados a uma metaheurística baseada em colônia de formigas. Já [Wassan e Nagy \(2014\)](#) realizam um estudo das definições, propriedades e abordagens de soluções para o VRP com entregas e coletas, entre os quais se enquadram o VRPDDP e o SDVRP.

[Belmecheri et al. \(2012\)](#) utilizam o algoritmo de enxame de partículas combinado com uma busca local para a resolução de uma variante do VRPMB com frota heterogênea e janela de tempo, tendo esse algoritmo obtido melhores resultados em algumas instâncias do conjunto utilizado na literatura. [Meryem e Abdelmadjid \(2015\)](#) também estudam uma variação idêntica do problema utilizando o algoritmo de busca do cuco, tendo conseguido resultados efetivos com a sua utilização.

[Polat et al. \(2015\)](#) incorporam ao VRPSPD uma restrição de limite de tempo para aten-

dimento aos clientes, chamada de VRPSPPDTL (*VRPSPD with Time Limit*). O objetivo proposto é minimizar a distância total percorrida. Os autores resolvem o problema através de uma Programação Inteira Linear Mista (PLIM) estendida à formulação do VRPDSPD proposta por [Alfredo Montané e Galvão \(2006\)](#). Também propõem a solução através de um algoritmo de Busca em Vizinhança Baseada em Perturbação (PVNS, do inglês *Perturbation Based Neighborhood Search*), o qual é combinado com heurísticas clássicas. Os resultados mostram que ambas as estratégias funcionam para pequenas instâncias de até 10 clientes. Contudo, para instâncias com mais de 30 clientes apenas a PVNS consegue obter soluções factíveis no tempo de solução estabelecido. [Wang et al. \(2015\)](#) delineiam um comportamento multiobjetivo do VRPSPD com janela de tempo. Eles definem 5 objetivos e utiliza dois algoritmos para resolvê-lo: a Busca Local Multiobjetivo (MOLS, do inglês *Multiobjective Local Search*) e o Algoritmo Memético Multiobjetivo (MOMA, do inglês *Multiobjective Memetic Algorithm*). Os algoritmos foram testados em instâncias reais e também outras já tradicionais da literatura. Os resultados dos testes computacionais mostraram superioridade do MOLS sobre o MOMA, todavia a superioridade não é tão eminente no conjunto de instâncias reais.

[Meira \(2014\)](#) também utiliza um caso real de uma transportadora na região metropolitana de Curitiba, caracterizando-o como um VRPSPD com janela de tempo, intitulado em seu trabalho como VRPMPDTW (*Vehicle Routing Problem with Mixed Pickup and Delivery and Time Windows*). Para a modelagem e resolução dos possíveis cenários, foi utilizada a Programação Linear Inteira Mista (PLIM). O objetivo principal desse modelo é minimizar o tempo total de viagem de todos os veículos. Contudo, o tempo de viagem foi considerado diretamente proporcional à distância percorrida. Portanto, dentro do escopo no trabalho, a distância total percorrida também é minimizada.

[Wang et al. \(2015\)](#) também apresentam o problema de VRPSPD com janela de tempo, na qual o consumidor é visitado apenas uma vez. São utilizadas um conjunto de instâncias reais de uma companhia de distribuição em Tenerife, Espanha, apresentada por [Castro-Gutierrez et al. \(2011\)](#). Os objetivos que o autor trata são número de veículos, distância total percorrida, o *makespan*, que é o tempo total da rota mais longa, o tempo de espera na janela quando o veículo chega antes do previsto e o tempo total de atraso quando uma demanda é atendida fora do prazo estipulado.

### 2.3 Trabalhos relacionados às variações do MOVRP

A presente seção tem por objetivo apresentar trabalhos que tratam do problema de roteamento de veículos com múltiplos objetivos (MOVRP, do inglês *Multiobjective Vehicle Routing Problem*) a serem otimizados. Diferentemente da seção 2.2, nesta versão clássica do VRP não há demanda de coletas por parte dos consumidores. Os veículos apenas partem carregados dos depósitos, efetuam as entregas e retornam ao depósitos vazios após realizarem todas as entregas. O problema de roteamento de veículos com janela de tempo (VRPTW, do inglês *Vehicle Routing Problem with Time Windows*) é um dos problemas de VRP com múltiplos objetivos mais abordados na literatura, sendo acompanhado na literatura com uma diversidade de objetivos, de acordo com o problema real considerado em cada trabalho.

Baños *et al.* (2013) apresentam uma versão desse problema na qual os objetivos a serem minimizados são a distância total percorrida pelos veículos e o desbalanceamento das rotas, no que diz respeito à diferença das cargas e da distância percorrida. Para resolver o problema é proposto um procedimento multiobjetivo que se baseia em *Simulated Annealing*, o MT-PSA (do inglês *Multiple Temperature Pareto Simulated Annealing*). Sua performance é comparada ao SPEA2 (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2*) (Zitzler *et al.*, 2001), sendo que na maioria das instâncias testadas o MT-PSA apresentou melhoria na qualidade da solução e tempo computacional exigido.

Kritikos e Ioannou (2010) também consideram em seu trabalho a janela de tempo e a maximização do balanceamento das cargas entre os veículos como os objetivos do VRPTW. Eles utilizam um procedimento inicial de geração de rotas viáveis que emprega uma heurística eficaz para o VRPTW, chamada FDH (*Free Disposal Hull*). Em seguida, em um processo iterativo as rotas são selecionadas para a compor fronteira de Pareto aproximada de acordo com a noção de soluções não-dominadas. O algoritmo proposto apresentou resultados com melhor balanceamento de carga com relação aos resultados encontrados na literatura, obtidos em Neumann (2007), todos realizados sob o conjunto de instâncias de Solomon (1987).

Chand e Mohanty (2011) também utilizam um conjunto de instâncias derivada de Solomon (1987), contudo trata três objetivos do VRPTW: minimização do número de veículos, do custo (distância) total e do tempo de violação da janela de tempo. É proposto um algoritmo genético multiobjetivo para solucionar o problema, tendo obtido resultados semelhantes aos da literatura.

Nem sempre todos os objetivos possuem um grau de importância equivalente numa determinada situação. [Castro-Gutierrez \(2012\)](#), [Castro-Gutierrez et al. \(2011\)](#) propõem um ranqueamento de importância entre os objetivos do VRPTW. Além disso, através da comparação entre pares dos objetivos no processo de otimização, faz um estudo sobre como a otimização de um objetivo específico afeta o comportamento dos demais. Os cinco objetivos considerados no trabalho são: número de veículos, distância total percorrida, tempo total de espera (no caso de chegada antecipada à janela), tempo total da maior rota e tempo total de atraso das entregas. Também propõe um algoritmo multiobjetivo discreto de otimização por enxame de partículas aplicado a dois conjuntos de instâncias, sendo um conjunto da literatura e um outro baseado em uma situação real do VRPTW.

Muitas vezes problemas semelhantes de transporte e distribuição de serviços podem ser modelados de modo semelhante ao VRP. [Guerrero et al. \(2014\)](#) modela uma situação de drones em tarefas de distribuição como uma instância do VRPTW com janela flexível, no qual os objetivos considerados são minimizar a distância viajada pelo drone bem como o número de drones utilizados, além de maximizar a satisfação do consumidor. A modelagem do problema é aplicada em um estudo de caso onde os drones são utilizados em filmagem de uma partida de futebol. Para resolução do problema o autor utiliza o método  $\epsilon$  - restrito, que seleciona apenas um objetivo por vez a ser minimizado e converte os demais em restrições.

Além do VRPTW, outras variações do VRP são tratadas na literatura como multiobjetivo, muitas vezes utilizando também a restrição de janela de tempo. Uma dessas modalidades é o Problema de Roteamento de Veículos Aberto (OVRP, do inglês *Open VRP*), na qual a rota de um veículo sempre começa no depósito mas não necessariamente termina neste, podendo finalizar em qualquer outro nó da rota ([Schrage, 1981](#)). [Norouzi et al. \(2012\)](#) propõem uma variação do OVRP com janela de tempo, chamada de OVRP com janela de tempo competitiva (ORVPCTW, do inglês *OVRP with competitive time windows*). A motivação para a nova variação do problema se baseia no fato da concorrência entre os fornecedores, os quais almejam sempre atender os consumidores antes dos seus concorrentes, como uma forma de aumentar as vendas. Os objetivos considerados no OVRPCTW proposto são minimizar o custo de viagens, maximizar as vendas e balancear as cargas entre os veículos. Para a resolução do problema foi proposto o algoritmo Enxame de Partículas Multiobjetivo, o qual se mostrou eficiente se comparado com o NSGA-II, analisado sob três métricas: número de soluções não-dominadas no conjunto de soluções do próprio algoritmo, número de soluções dominadas de um algoritmo em relação ao outro e por fim a diversidade de soluções encontradas na fronteira de Pareto.

Devido a alta complexidade e, portanto, a exigência de um alto esforço computacional

do VRP, a computação paralela pode ser um fator de obtenção de resultados em menor tempo de processamento. [Szymon e Dominik \(2013\)](#) utilizam em um VRP com restrição de distância uma busca tabu paralela com o auxílio do CUDA (*Compute Unified Device Architecture*), uma plataforma de computação paralela. É feita uma comparação de resultados entre a busca tabu paralela e a busca tabu sequencial, onde pode-se comprovar que a primeira obteve melhores resultados em termos de velocidade. As funções-objetivo consideradas foram o tamanho médio da rota e a rota máxima de um único veículo. Foi adicionada ao modelo a restrição de distância máxima permitida.

[Ghannadpour et al. \(2014\)](#) estudam uma versão com múltiplos objetivos do Problema de Roteamento de Veículos Dinâmico com Janela de Tempo Difusa (DVRPFTW, do inglês *Dynamic Vehicle Routing Problem With Fuzzy Time Windows*). Nesse tipo de problema, as demandas dos consumidores não são conhecidas previamente e aparecem ao longo do tempo de forma aleatória, de modo que não é possível estimar probabilisticamente a localização e a quantidade das demandas. Além disso, o tempo requerido para atendimento de cada demanda também é aleatório, de modo que essa janela de tempo deve ser respeitada, não havendo nenhum tipo de penalização caso o veículo chegue antes do tempo solicitado para o atendimento. Os objetivos considerados são distância percorrida pelos veículos, número de veículos utilizados e tempo de espera dos veículos para atender o consumidor. Sua solução é dada através de um *framework* que utiliza, dentre várias estratégias, um algoritmo evolucionário multiobjetivo.

## 2.4 Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional

O problema abordado no presente trabalho é o problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional (MOVRPOP, do inglês *Multiobjective Vehicle Routing Problem with Optional Pickup*). Seguindo a classificação de [Jozefowicz et al. \(2008\)](#), o MOVRPOP se trata de uma generalização do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea (VRPSPD). Tal problema é também chamado de VRP com coleta seletiva (VRPSB, do inglês *Vehicle Routing Problem with Selective Backhauls*) ([García-Nájera et al., 2015](#)). O estudo com múltiplos objetivos é encontrado em [Assis et al. \(2012\)](#) e [Assis \(2013\)](#), do qual se utiliza a nomenclatura neste trabalho.

Tal generalização se dá pela transformação de uma restrição em uma função objetivo,

assim sendo, neste problema a restrição de atendimento de todas as demandas de coletas é transformada em uma função objetivo. Para facilitar a resolução do problema, este objetivo é transformado em uma função de minimização no qual deseja-se minimizar o número total de itens não coletados. Assim, o problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional apresenta duas funções objetivo: (i) minimização do custo total das rotas ou distância total percorrida e (ii) minimização do número total de itens não coletados.

Tais objetivos são conflitantes, o que remete à ideia de não apenas uma mas sim um conjunto de soluções deve ser gerado, sendo responsabilidade do tomador de decisão definir qual solução será utilizada. Por esse motivo, para o ranqueamento das soluções encontradas é utilizado a estratégia de dominância de Pareto como uma forma de gerar um conjunto de soluções não-dominadas (Garcia-Najera, 2012).

Conforme se constata na seção anterior, há poucos trabalhos na literatura que lidam com uma abordagem multiobjetivo para serviços de coleta e entrega, principalmente com relação à variação aqui apresentada, quando a realização das coletas não é obrigatória. Desse modo, busca-se no MOVRPOP construir rotas que minimizem o custo de se realizar o trajeto, atendendo a todas as demandas de entrega, e ao mesmo tempo, minimizar o número de demandas de coleta não realizadas .

As demais restrições do MOVRPOP são as mesmas das variações do Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas: há uma quantidade finita de veículos de igual capacidade limitada, a qual jamais pode ser excedida. Tais veículos saem do depósito carregados com os itens que são entregues aos consumidores, podendo realizar apenas uma visita por cliente, que será utilizada para atender ambas as demandas, respeitando-se a capacidade do veículo.

O MOVRPOP pode ser reduzido ao VRPSPD, bastando transformar em restrição a função objetivo referente ao atendimento das demandas de coleta (Assis, 2013). Do mesmo modo, pode-se reduzir o VRPSPD ao VRPB eliminando a restrição de que ambas as demandas de coleta e entregam sejam atendidas em uma só visita, o que na verdade é apenas uma das possibilidades de configuração de rotas do VRPB. Constata-se, portanto, que o MOVRPOP pode ser reduzido ao VRPB. Contudo, o VRPB é um problema da classe  $\mathcal{NP}$ -Difícil (Toth e Vigo, 1997), de onde se conclui que o MOVRPOP também é  $\mathcal{NP}$ -Difícil. Pela definição dessa classe (Ziviani e Others, 2004), isso significa que ainda não há um algoritmo determinístico que resolva esse problema em tempo polinomial.

### 2.4.1 Modelagem matemática

A modelagem matemática do problema proposto é uma adaptação da modelagem do VRPSPD mono-objetivo, na qual é acrescida mais uma função objetivo, que trata do número de coletas não-atendidas e, conseqüentemente, é retirada a restrição de obrigatoriedade que todas as coletas sejam efetuadas. Utilizou-se a mesma notação da modelagem que [Alfredo Montané e Galvão \(2006\)](#) utilizaram para modelar o VRPSPD.

O MOVRPOP pode ser modelado como um grafo completo, de modo que os seus nós representam os consumidores e o depósito, ao passo que as arestas representam os caminhos entre esses nós. Desse modo, tem-se a seguinte notação:

- $G = (V, A)$  é um grafo completo onde  $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$  é o conjunto de vértices, sendo  $v_0$  o depósito e os demais vértices são consumidores;
- $A = \{(v_i, v_j) : i, j \in V \text{ e } i \neq j\}$  é o conjunto de arestas, onde  $(v_i, v_j)$  representa o caminho do vértice  $v_i$  ao vértice  $v_j$ ;
- $c_{ij} \geq 0$  é um valor associado a cada aresta  $A(v_i, v_j)$  e representa o custo para se alcançar o vértice  $v_j$  a partir do vértice  $v_i$ ;
- cada vértice  $v_i$  possui uma demanda não-negativa de entrega ( $d_i$ ) e coleta ( $p_i$ ) associada a ele.

Há ainda uma quantidade finita de veículos homogêneos que possuem uma capacidade limitada. Estão associados aos mesmos a quantidade de demandas de entrega e coleta atendidas. Tal situação pode ser representada da seguinte maneira:

- $k_{max}$  é o tamanho da frota de veículos disponíveis com capacidade  $Q$ ;
- $y_{ij}$  é a variável de fluxo que representa o somatório das cargas coletadas entre o depósito e o nó  $v_i$  (inclusive o próprio  $v_i$ ), dirigido ao nó  $v_j$ ,
- $z_{ij}$  é a variável de fluxo que representa o somatório das cargas entregues entre o nó  $v_i$  (exceto o nó  $v_j$ ) e o depósito, dirigido ao nó  $v_j$

Isto posto, as variáveis de decisão do problema são as duas que se seguem:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & , \text{ se a aresta } (v_i, v_j) \text{ faz parte da rota trafegada pelo veículo } k, \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

$$\ell_j = \begin{cases} 1 & , \text{ se a demanda de coleta do consumidor } v_j \text{ é satisfeita,} \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Desse modo, as funções-objetivo do problema são:

$$\text{Min } f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{k_{max}} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij}^k \quad (2.1)$$

$$\text{Min } f(\ell) = \sum_{j=1}^n p_j (1 - \ell_j) \quad (2.2)$$

A equação 2.1 se refere à minimização da distância total percorrida, ao passo que a equação 2.2, apresenta o segundo objetivo a ser minimizado, que é o total das coletas não realizadas.

As restrições são as seguintes:

- cada vértice deve ser visitado por um único veículo:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^{k_{max}} x_{ij}^k = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

- a conservação do fluxo deve ser garantida:

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 0, \quad j = 0, \dots, n \text{ e } k = 0, \dots, k_{max} \quad (2.4)$$

- no máximo  $k_{max}$  veículos podem ser utilizados:

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k \leq 1, \quad k = 1, \dots, k_{max} \quad (2.5)$$

- todas as demandas de entrega devem ser satisfeitas:

$$\sum_{i=0}^n z_{ij} - \sum_{i=0}^n z_{ji} = d_j, \quad \forall j \neq 0 \quad (2.6)$$

- uma vez que a variável  $l_j$  assumir valor 1, a demanda de coleta do consumidor  $v_j$  deve ser satisfeita:

$$\sum_{i=0}^n y_{ji} - \sum_{i=0}^n y_{ij} = p_j l_j, \quad \forall j \neq 0 \quad (2.7)$$

- os veículos possuem uma capacidade limite para o transporte de cargas. Além disso, esse transporte deve ocorrer apenas através das arestas incluídas na solução:

$$y_{ij} + z_{ij} \leq Q \sum_{k=1}^{k_{max}} x_{ij}^k, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (2.8)$$

- restrição de integralidade das variáveis de decisão:

$$x_{ij}, l_j \in \{0, 1\}, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (2.9)$$

- restrição de não-negatividade para fluxo de demandas de coleta:

$$y_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (2.10)$$

- restrição de não-negatividade para fluxo de demandas de entrega:

$$z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (2.11)$$

## 2.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os principais problemas de roteamento de veículos que apresentam uma abordagem multiobjetivo, bem como aqueles que possuem serviços de coleta e entrega. Pode-se perceber a utilização de heurísticas que combinam várias estratégias, de onde se destacam os algoritmos evolucionários, mecanismos de busca local e de eficiente exploração da vizinhança. Com relação aos objetivos considerados, além da distância total

percorrida, a janela de tempo se mostrou um aspecto recorrente, seja como objetivo ou mesmo restrição, provavelmente reflexo da competitividade entre as organizações no intuito de melhor satisfazer os seus clientes.

Conclui-se que, embora haja inúmeros estudos de Problema de Roteamento de Veículos (i) que tratam de múltiplos objetivos e (ii) que lidam com a situação em que os consumidores possuem demandas de coleta também, são poucos os trabalhos que combinam essas duas situações. Os trabalhos são ainda mais escassos quando se trata da variação proposta neste trabalho, que se trata de um caso específico do VRPSPD, na qual se relaxa a obrigação de que as coletas de todos os clientes sejam efetuadas, embora seja desejável que isso ocorra. Por esse motivo, um dos dois objetivos a serem minimizados é justamente o número de coletas não-atendidas.

## Referencial Teórico

O presente capítulo objetiva apresentar alguns conceitos comumente utilizados no campo da otimização, problema do qual se trata neste trabalho. Além do mais, tais conceitos são de suma importância para entendimento do algoritmo proposto para resolução do problema de roteamento de veículos aqui abordado. Nesse sentido, a seção 3.1 apresenta alguns dos fundamentos de otimização, discorrendo mais especificamente sobre a otimização multiobjetivo. A seção ?? apresenta o conceito de meta-heurísticas e cita algumas das principais metaheurísticas multiobjetivo presentes na literatura atual. A seção ?? discorre sobre as buscas locais, método usualmente utilizado nas meta-heurísticas. A seção ?? apresenta a Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador e suas principais características, trazendo também alguns trabalhos que o utilizaram. Por fim, a seção ?? apresenta a conclusão do capítulo.

### 3.1 Otimização

O conceito de otimização é um princípio implícito à análise de muitos complexos problemas de decisão ou de alocação de recursos (David G. Luenberger, 2016). A otimização busca encontrar a melhor solução para um problema, considerando um objetivo estabelecido e levando-se em conta o conjunto de soluções viáveis do problema. Dada a complexidade das questões tratadas, busca-se simplificar a difícil relação entre as muitas variáveis do problema, considerando aquelas relações que forem mais representativas para a qualidade da solução.

A mensuração da qualidade de solução se dá a partir do objetivo único o qual foi definido como parâmetro de medida. Tal objetivo é expresso na forma de uma função, sendo a melhor solução representada pelo conjunto de valores que façam com que a função seja maximizada ou minimizada, dependendo do problema. Nesse processo, também é necessário atender a certas restrições que correspondem a limitações de natureza física ou tecnológica, ou ainda que não sejam aceitáveis por motivos subjetivos (David G. Luenberger, 2016).

Raramente é possível representar plenamente todas as complexidades de interações,

variáveis, restrições e objetivos adequados, quando se depara com um problema de decisão complexo. Assim, nas técnicas de análise quantitativa, uma formulação de otimização em particular deve ser considerada apenas uma aproximação (David G. Luenberger, 2016). Quando se dá a modelagem de um problema que envolva otimização é necessário, portanto, um profundo entendimento do problema que possibilite a extração dos elementos essenciais para resolução deste.

Quando o processo de otimização compreende apenas uma única função objetivo, fala-se em otimização mono-objetivo ou ainda otimização escalar. Ela consiste na busca de um único ponto, um valor no qual a função considerada é minimizada ou maximizada. Por sua vez, a otimização multiobjetivo considera mais de uma função objetivo, sua solução se remete, portanto, a um conjunto de soluções ótimas de um problema com mais de uma função objetivo (Vira e Haimes, 1983). Os problemas de decisão com um número contável de alternativas são chamados discretos. Caso contrário, são chamados contínuos (Ehrgott, 2006). Nas duas subseções que se seguem serão apresentados os princípios que norteiam a otimização mono-objetivo em multiobjetivo, respectivamente.

### 3.1.1 Otimização Mono-objetivo

O problema de otimização mono-objetivo, também chamado de otimização escalar, consiste em encontrar um valor tal que minimize a função objetivo do problema. Desta maneira, sua modelagem pode ser dada como se segue, proposta por Goldbarg e Luna (2005):

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ \text{sujeito a: } & \begin{cases} g_i(x) \geq 0 & \forall i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 & \forall j = 1, \dots, q \end{cases} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Nesse modelo,  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é a função objetivo que se deseja minimizar,  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$   $g_i(x)$  são as  $p$  restrições de desigualdade e  $q$  são restrições de igualdade. O conjunto de soluções viáveis é dado por  $\mathcal{F} = \{x \in \mathbb{R}^n : g_i(x) \leq 0 \text{ e } h_j(x) = 0\}$ . Almeja-se encontrar a solução  $x^* \in \mathcal{F}$  que otimiza a função objetivo, ou seja, que detém o menor valor em  $f(x)$ .

Outros dois conceitos referentes à otimização são as soluções ótimas locais e ótima global. Uma solução  $x^* \in \mathcal{F}$  é considerada ótima global somente se não existir outra solução  $x \in \mathcal{F}$ , na qual  $x \neq x^*$  e  $f(x) < f(x^*)$ . Por sua vez, uma solução  $x'$  é chamada ótima local

se, para um dado subconjunto de soluções  $\mathcal{F}' \subset \mathcal{F}$ , não existir nenhuma outra solução  $x \in \mathcal{F}'$ , sendo  $x \neq x'$ , com  $f(x) < f(x')$ . A figura 3.1 ilustra esses dois conceitos.

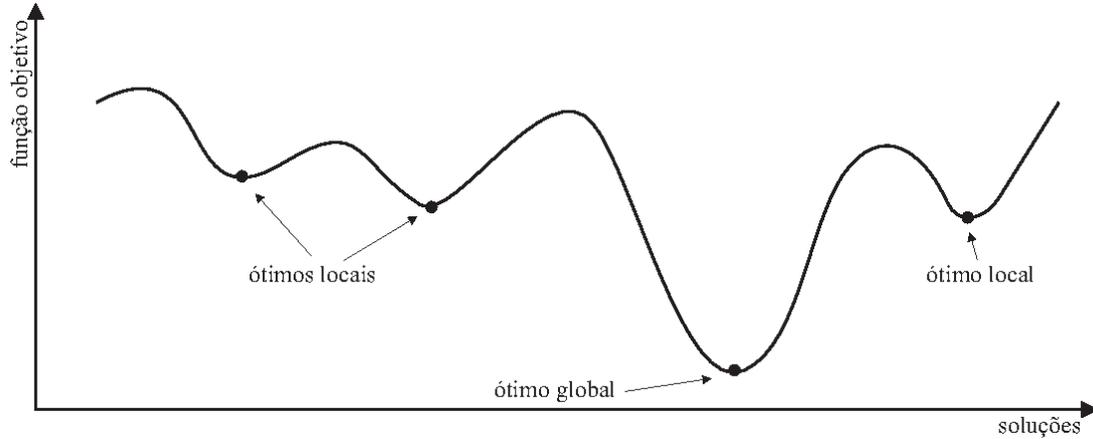


Figura 3.1: Dada uma função objetivo para minimização é apresentado as soluções ótimas locais e a solução ótima global para o problema.

### 3.1.2 Otimização Multiobjetivo

É muito comum os problemas de otimização possuírem vários objetivos conflitantes entre si, especialmente em áreas como engenharia e outros campos da ciência (Sindhya *et al.*, 2013). Desse modo, buscar soluções ótimas a partir de um único objetivo frequentemente leva a resultados impraticáveis para os demais objetivos (Ahmadi *et al.*, 2013). De fato, tratando-se de objetivos tais como custo e desempenho, busca-se na verdade um conjunto de soluções que representem um *tradeoff* entre os mesmos, de modo a permitir que o tomador de decisão escolha qual solução será utilizada, de acordo com o contexto do problema.

Assumindo que todos os objetivos são de minimização, sem perda de generalidade, a equação 3.2 define o Problema de Otimização Multiobjetivo (Gutjahr e Pichler, 2016):

$$\min(f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})), \mathbf{x} \in \mathcal{X} \quad (3.2)$$

na qual as  $m$  funções objetivo do problema são definidas por  $f_j : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R} (j = 1, \dots, m)$ , sendo  $m \geq 2$ . Tem-se também que  $\mathbf{x}$  é o vetor de variáveis de decisão no espaço de decisões  $\mathcal{X}$  do problema, o qual está sujeito a um conjunto de  $i$  restrições  $g_i(\mathbf{x}) = b_i$  que limitam as variáveis de decisão a um subconjunto  $\mathcal{F}$ , chamado de região factível, a qual contém as soluções de fato

viáveis (Konak *et al.*, 2006). A figura 3.2 ilustra esse conceito.

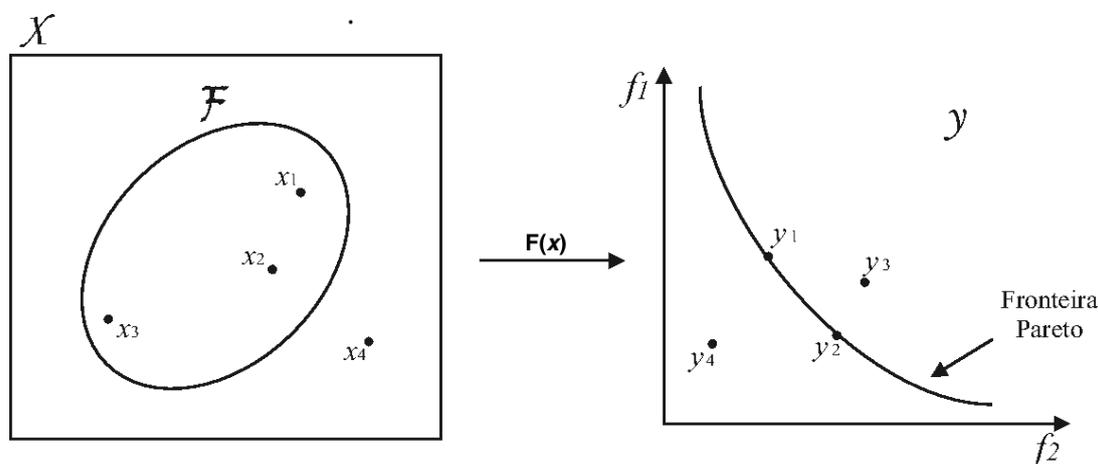


Figura 3.2: Mapeamento de soluções em um problema de otimização combinatória multiobjetivo: Mapeamento do espaço de decisões  $\mathcal{X}$  no espaço objetivo (conjunto-imagem)  $\mathcal{Y}$  feita pela função  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ , neste exemplo composta por dois objetivos. A região de soluções viáveis é dada por  $\mathcal{F}$ . Cada solução  $x_i$  tem seu respectivo ponto  $y_i$  no espaço objetivo. Apesar da solução  $x_4$  resultar em um ponto  $y_4$  aparentemente melhor que os obtidos pelas soluções  $x_1$  e  $x_2$ , ela não pertence ao conjunto de soluções viáveis ( $x_4 \notin \mathcal{F}$ ). Fonte:(Assis, 2013)

Dado que as soluções estão definidas conforme a equação 3.2, a comparação entre elas se dá através da relação de dominância, conforme definição 3.1, adaptada de Konak *et al.* (2006):

**Definição 3.1 (Dominância).** Um vetor de soluções  $x_1 \in \mathcal{X}$  domina outro vetor  $x_2 \in \mathcal{X}$ , com  $x_2 \neq x_1$ , se e somente se  $f_j(x_1) \leq f_j(x_2)$ , para  $j = 1, \dots, m$ , e  $f_j(x_1) < f_j(x_2)$  em pelo menos uma das  $j$  funções objetivos. Essa relação é denotada por  $x_1 \prec x_2$ . A figura 3.3 apresenta um exemplo gráfico que como se dá essa relação.

Uma vez que os objetivos são conflitantes - a maioria das situações reais - não há uma única solução que minimize todos os  $j$  objetivos concomitantemente (Ahmadi *et al.*, 2013). Consequentemente, não há uma única solução que domine todas as outras. Assim sendo, busca-se um conjunto de soluções que otimize o vetor de decisões do problema. Nesse contexto, apresenta-se o conceito de solução eficiente e conjunto de Pareto, conforme definição 3.2 (Gutjahr e Pichler, 2016):

**Definição 3.2 (Solução Eficiente).** Uma solução  $x_1 \in \mathcal{X}$  é chamada eficiente, ou Pareto-ótima, se não existir nenhuma solução viável  $x_2 \in \mathcal{X}$ , com  $x_2 \neq x_1$ , tal que  $x_2$  domine  $x_1$ .

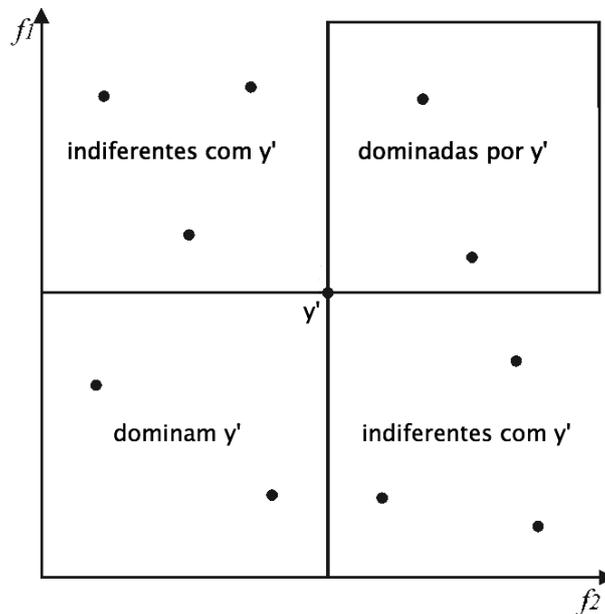


Figura 3.3: Relação de dominância: Dado duas funções objetivo para minimização  $f_1$  e  $f_2$  e um ponto no espaço objetivo obtido por uma solução  $y'$ . O espaço objetivo é dividido em quatro áreas a partir do ponto gerado por  $y'$ , onde pode ser observado a relação de dominância entre esta solução e as demais (Zitzler, 1999). Fonte:(Assis, 2013)

O conjunto de soluções eficientes em  $\mathcal{X}$  é denominado conjunto Pareto-ótimo. Por sua vez, a imagem do conjunto Pareto-ótimo, isto é, os pontos no espaço de objetivos correspondentes aos valores das funções objetivos em cada solução, é chamada de Fronteira Pareto-ótima (Konak *et al.*, 2006).

O desafio maior de um problema de otimização multiobjetivo consiste em encontrar, portanto, o conjunto Pareto-ótimo. Problemas de roteamento de veículos multiobjetivo pertence à classe  $\mathcal{NP}$ -difícil (Ehrgott, 2000), uma vez que podem ser reduzidos ao problema do Caixeiro Viajante. Isto posto, o que se procura fazer é obter um conjunto de soluções o qual retrate da forma mais próxima possível a fronteira Pareto-ótima, no que diz respeito à qualidade e à diversidade das soluções. Nessa perspectiva, Konak *et al.* (2006) elencam três aspectos, os quais embora conflitantes, devem ser considerados na obtenção da fronteira de Pareto em um processo de otimização dessa natureza (a figura 3.4 ilustra a comparação entre fronteira de Pareto-ótima e a fronteira de Pareto obtida):

- a fronteira de Pareto obtida deve ser a mais próxima possível da fronteira Pareto-ótima, preferencialmente um subconjunto desta;

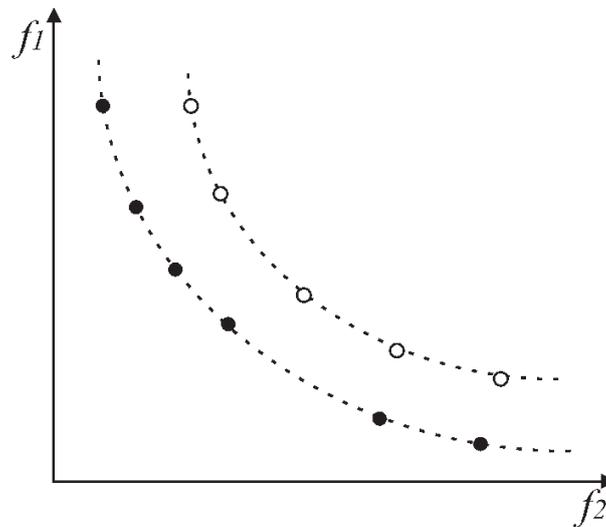


Figura 3.4: Fronteira Pareto: Os pontos preenchidos representam a fronteira Pareto-Ótima. Já os pontos não preenchidos formam uma aproximação à fronteira Pareto-Ótima. Este conjunto aproximado é formado por soluções não dominadas entre si, porém existem pontos que não fazem parte da fronteira Pareto-Ótima. Fonte:(Assis, 2013)

- suas soluções devem possuir a maior diversidade possível, de modo a cobrir a extensão da fronteira Pareto-ótima de maneira uniforme, apresentando ao tomador de decisão uma perspectiva real das possibilidades de escolha;
- as soluções devem contemplar toda a extensão da fronteira de Pareto-ótima, através de uma busca por soluções inclusive nos extremos do espaço das funções objetivos.

Também no contexto de otimização, um outro importante conceito é o de solução localmente Pareto-ótima, descrito na definição 3.3 (Paquete *et al.*, 2004):

**Definição 3.3 (Solução Localmente Pareto-ótima).** Seja um vetor de decisões  $x_1$  pertencente uma estrutura de vizinhança  $\mathcal{N}$  (ver definição 3.4 sobre vizinhança).  $x_1$  é uma solução localmente Pareto-ótima em relação a  $\mathcal{N}$  se não houver outra solução  $x_2 \in \mathcal{N}$  tal que  $x_2 \prec x_1$ .

De forma análoga, o conjunto Pareto localmente ótimo é aquele que possui apenas soluções localmente Pareto-ótimas, de acordo com a vizinhança considerada. O conceito de vizinhança é apresentado na definição 3.4 (Blum e Roli, 2003):

**Definição 3.4 (Estrutura de Vizinhança).** Uma estrutura de vizinhança é uma função  $\mathcal{N}$  que gera a partir de cada solução  $x \in \mathcal{X}$  um conjunto de soluções denominadas vizinhas de  $x$ , tal que  $\mathcal{N}(x) \subseteq \mathcal{X}$ .

## Método de Pesquisa

Neste capítulo é apresentada o método utilizado para a resolução o problema de roteamento de veículos ora abordado, a Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador (IBMOLS) bem como as estruturas e mecanismos auxiliares também aplicados. São apresentadas ainda as ferramentas computacionais empregadas para implementar e executar tal técnica, na seção 4.1. A seção 4.2 descreve brevemente as estruturas de dados utilizadas para a representação do problema. A seção 4.3 descreve a versão do algoritmo utilizado neste trabalho, com as suas adaptações. Nas subseções 4.4.1, 4.4.2 e 4.4.3 são apresentados três indicadores a serem utilizados. A seção 4.5 conclui o capítulo.

### 4.1 Ferramentas computacionais

Os computadores utilizados nos testes são modelo desktop marca Dell<sup>®</sup> modelo *Opti-plex Small Form Factor* 9020, com arquitetura de 64 bits, *chipset* Intel<sup>®</sup> Express série 8. Seu processador é o Intel core i7-4770, que possui 3.90 GHz de frequência, 4 núcleos, 8 *threads* e 8 MB de cache. Sua memória é do tipo DDR3, com velocidade de 1600 MHz e capacidade de 8 MB.

O sistema operacional utilizado é o Linux Ubuntu Xenial versão 16.04.1 LTS, com ambiente gráfico Mate Desktop Environment versão 1.12.1 (Ubuntu MATE, 2016). O algoritmo foi codificado na linguagem de programação C++ (Deitel e Deitel, 2017), e o compilador utilizado foi o G++ versão 5.4.0 (GNU Project, 2016). O algoritmo foi produzido com o auxílio do Ambiente de Desenvolvimento Integrado (IDE, do inglês *Integrated Development Environment*) Netbeans versão 8.2 (NetBeans Project, 2016), utilizado com a versão 1.8.0\_101-b13 da plataforma *Java Runtime Environment* (JRE) (Oracle Corporation, 2017).

## 4.2 Estruturas de Dados

Um grafo pode ser definido como um conjunto de vértices e um conjunto de arestas conectando pares de vértices. Cada vértice é um objeto simples que pode conter nomes e outros atributos (ZIVIANI, 2007). Para fins de notação, neste trabalho um grafo de  $n$  vértices terá como nomes dos seus vértices valores entre 0 e  $n - 1$ .

Seja um conjunto de vértices  $V$  e de arestas  $A$  de um grafo  $G = (V, A)$ . Dados dois vértices  $u$  e  $v$  pertencentes a  $V$ , se  $(u, v)$  é uma aresta de  $G$ , então o vértice  $v$  é adjacente ao vértice  $u$ . Se o grafo é não-direcionado, ou seja, os pares de vértice não são ordenados, então  $(u, v)$  e  $(v, u)$  são a mesma aresta, logo a relação de adjacência é simétrica.

As duas maneiras mais tradicionais para representação de grafos são a matriz de adjacência e a lista de adjacência. A matriz de adjacência de um grafo  $G$  de  $n$  vértices é uma matriz  $\mathbf{M}$  de dimensão  $n \times n$  de bits, na qual  $\mathbf{M}[i, j]$  é igual a 1 se existir uma aresta ligando o vértice  $i$  ao vértice  $j$ . Caso contrário, o valor armazenado é zero. É especialmente útil para representar grafos densos, isto é, aqueles em que  $|A|$  é próximo de  $|V|^2$  (ZIVIANI, 2007).

Um grafo  $G = (V, A)$  de  $n$  vértices também pode ser representado por um arranjo *adj* de  $n$  listas de adjacência, uma para cada vértice. Para cada  $u \in V$ , a lista de adjacentes  $adj[u]$  contém todos os vértices adjacentes a  $u$  em  $G$ . É uma representação útil para grafos esparsos, onde  $|A|$  é muito menor que  $|V|^2$  (ZIVIANI, 2007).

Pode-se utilizar um grafo para representar o Problema de Roteamento de Veículos, no qual os vértices representam o depósito e os consumidores, enquanto as arestas são as conexões existentes entre os consumidores e o depósito bem como entre os próprios consumidores. Neste trabalho, o Problema foi modelado em uma estrutura de dados que combina a matriz e a lista de adjacência, no sentido de aproveitar as melhores características de cada uma dessas estruturas e atenuar seus problemas, obtendo melhor desempenho para os algoritmos utilizados.

Tal estrutura é uma matriz de adjacência na qual cada uma de suas células  $(i, j)$  contém o vértice  $j$  adjacente a  $i$  e o respectivo custo da aresta  $(i, j)$ , ou seja, o custo de deslocamento do nó  $i$  ao nó  $j$ . Além desses dois valores, há dois ponteiros associados a cada uma das células. Eles são utilizados para a criação de uma lista duplamente encadeada que a partir da diagonal principal ordena em cada linha os vértices adjacentes a  $i$  de acordo com o custo de cada aresta  $(i, j)$ , sendo que os ponteiros para a esquerda ordenam os vértices de forma decrescente e os da direita de modo crescente, pelo custo da aresta  $(i, j)$ . A figura 4.1 ilustra essa estrutura. À esquerda se encontra o grafo com a indicação das conexões entre os nós e o peso de cada aresta.

À direita, a modelagem desse mesmo grafo na estrutura proposta. O número fora do parêntese se indica o vértice adjacente a  $i$ , ao passo que o número entre parêntese indica o custo da conexão entre esses dois nós. Para facilitar a visualização, são mostrados apenas um dos dois ponteiros que cada célula possui.

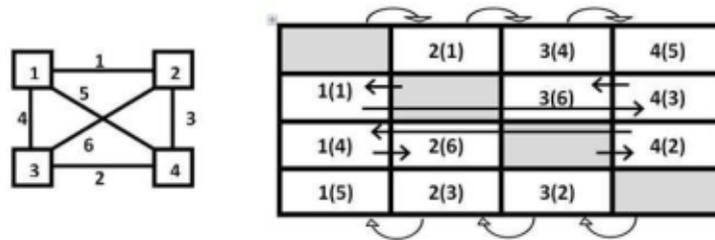


Figura 4.1: Estrutura para representação de um grafo: utiliza-se uma combinação de matriz de adjacência e lista de adjacência (ordenada pelo custo dos vértices adjacentes) . Fonte: Assis (2013)

### 4.3 Algoritmo IBMOLS

A presente seção tem por objetivo descrever o IBMOLS, algoritmo utilizado neste trabalho para resolução do problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional (MOVRPOP). O IBMOLS foi originalmente proposto por Basseur e K. Burke (2007), contudo a versão aqui adotada possui modificações propostas por Assis *et al.* (2013), na qual foi acrescentado um mecanismo de perturbação das soluções. Também foi alterado tipo de busca local realizado do *Hill Climbing* para a Descida em Vizinhança Variável Aleatória (VND, do inglês *Random Variable Neighborhood Descend* (Penna *et al.*, 2013) do tipo melhor aprimorante relação aos mecanismos de perturbação e de busca local aplicados nas soluções.

A Descida em Vizinhança Variável (VND, do inglês *Variable Neighborhood Descent*) possui uma estratégia de busca baseada no método da descida (*Hill Climbing*) (Russell e Norvig, 2010). Entretanto, na VND são aplicadas diferentes estruturas de vizinhança em sequência com o propósito de realizar a busca em cada estrutura até que não haja melhora possível (Hansen e Mladenović, 2001). A VND aplica as estruturas de vizinhança de um modo determinístico. Quando as estruturas de vizinhança são aplicadas em uma ordem aleatória tem-se a Descida em Vizinhança Variável Aleatória (RVND, do inglês *Random Variable Neighborhood Descent* (Penna *et al.*, 2013).

O algoritmo 4.1 apresenta os procedimentos do IBMOLS modificado. Inicialmente é definido o indicador binário a ser utilizado no algoritmo, a partir do qual estima-se a qualidade das soluções de acordo com as preferências já definidas no indicador. Neste trabalho foram utilizados os indicadores  $\varepsilon$  ( $I_\varepsilon$ ), hipervolume ( $I_{HD}$ ) e o proposto por Fonseca *et al.* (1993) ( $I_{FON}$ ), os quais são detalhados na seção 4.4.

É criada então uma população inicial de tamanho  $N$  (linha 3). Na primeira iteração do algoritmo, a população inicial é obtida a partir da heurística  $P_\varepsilon$  (de Assis *et al.*, 2013), a qual retorna um conjunto de soluções não-dominadas. Essa heurística se baseia no método de otimização multiobjetivo  $\varepsilon$ -restrito, a partir do qual apenas uma função objetivo é escolhida para ser otimizada, ao passo que as demais são transformadas em restrições que impõem a esses objetivos um limite superior (Demir *et al.*, 2014). O problema abordado nesse trabalho é bi-objetivo, de modo que para fins de aplicação do  $P_\varepsilon$  foi escolhido como objetivo a ser minimizado o custo total da rota, sendo o objetivo relacionado ao número de coletas não atendidas transformado em restrição.

Nas demais iterações, o algoritmo utiliza como ponto de partida a população obtida da iteração anterior, efetuando uma perturbação em cada um dos seus indivíduos e adicionando à população os novos indivíduos obtidos, desde que o tamanho pré-definido da população inicial não seja extrapolado. O mecanismo de perturbação aqui utilizado é o mesmo do processo de perturbação anterior à busca local (linha 9) e será detalhado mais adiante.

Uma vez que a população inicial está definida, é efetuado o cálculo de aptidão de cada indivíduo, de acordo com o indicador binário (linha 4). O cálculo da qualidade de um indivíduo em relação ao restante população pode se dar de várias maneiras. Na seção 4.4 são apresentados os indicadores binários empregados neste trabalho. Assim que tal cálculo é realizado, na linha 5 é instanciada uma cópia da solução com pior indicador, denominada  $s_w$ , que será utilizada posteriormente.

Na sequência, inicia-se a exploração da vizinhança de cada membro do conjunto de soluções. Primeiramente cada solução  $s$  sofre uma perturbação, de modo que sua coleção de rotas sofre algum tipo de modificação, obtendo-se outra solução  $s'$  (linha 9). O mecanismo de perturbação opera em duas etapas, sendo a primeira delas um procedimento que, dado um consumidor aleatoriamente escolhido, o *status* da sua demanda de coleta é alterado de não-atendida para atendida, ou vice-versa (Assis, 2013). Na primeira hipótese, caso a capacidade do veículo seja extrapolada, o consumidor é removido da sua posição atual e inserido em outro local na mesma rota. Caso não se possa fazer tal inserção, então o vértice correspondente a

---

**Algoritmo 4.1** Algoritmo IBMOLS modificado

---

**Entrada:**  $N$  (Tamanho da População),  $I$ (Indicador Binário)

```

1:  $PO \leftarrow \emptyset$ ;
2: repetir
3:    $P \leftarrow$  População Inicial( $N$ );
4:    $Aptidao[] \leftarrow$  Calcular Aptidão( $P, I$ )
5:    $s_w \leftarrow$  Menor( $Aptidao$ );
6:   para todos solução  $s \in P$  fazer
7:     continue  $\leftarrow$  TRUE;
8:     enquanto continue fazer
9:        $s' \leftarrow$  Perturbação( $s$ );
10:       $s'' \leftarrow$  Busca LocalRVND( $s'$ );
11:      se  $s = s''$  então
12:         $s'' \leftarrow s'$ ; continue  $\leftarrow$  FALSE;
13:      fim se
14:      se  $Aptidao(s'') > Aptidao(s_w)$  então
15:         $P \leftarrow P \cup \{s''\} - \{s_w\}$ ;
16:        Calcular Aptidão( $s'', s_w, P, I$ );
17:         $s_w \leftarrow$  Menor( $Aptidao$ );
18:      se não
19:        continue  $\leftarrow$  FALSE;
20:      fim se
21:    fim enquanto
22:  fim para
23:   $PO \leftarrow$  Soluções Não Dominadas( $PO \cup P$ );
24: até Critério de Parada
25: retornar  $PO$ ;
```

---

esse consumidor é reinserido no local de origem e o seu *status* da demanda de coleta não é mais alterado.

A segunda etapa de perturbação consiste em selecionar de modo aleatório um entre vários mecanismos que alterem a localização dos consumidores nas rotas. Os mecanismos utilizados são os mesmos de Assis *et al.* (2012), e consistem em diferentes movimentos os quais podem ser, dentre outros, a realocação de um indivíduo de uma rota para outra, ou mesmo a troca de posição entre indivíduos de diferentes rotas, sendo todos os indivíduos escolhidos de forma aleatória.

A seguir, é realizada então uma busca local na vizinhança de  $s'$  de modo a encontrar alguma solução  $s''$  que seja melhor que  $s'$ . O algoritmo utilizado nesse processo é a Descida em Vizinhança Variável Aleatória (RVND, do inglês *Random Variable Neighborhood Descent*), proposta por (Penna *et al.*, 2013). A RVND escolhe aleatoriamente uma entre diferentes estruturas de vizinhança a serem utilizadas para explorar novas soluções. Neste trabalho, as estruturas de vizinhança utilizadas são as mesmas de Assis *et al.* (2013), podendo ser divididas em basicamente dois grupos: as estruturas intrarotas, quando o movimento de exploração de novas soluções envolve apenas uma única rota, ou as estruturas inter-rotas, situação em que o movimento aplicado altera a configuração de mais de uma rota. A busca na estrutura de vizinhança é do tipo melhor aprimorante.

Ao término da busca local, na linha 11 é verificado se a solução obtida  $s''$  é igual a solução corrente. Caso ela seja, então  $s''$  se torna a solução perturbada  $s'$ . Desse modo, ao impedir que seja inserida na população uma solução igual a uma que já exista, espera-se manter a diversidade da população. Se  $s''$  é diferente de  $s$ , então a qualidade da solução  $s''$  obtida é comparada com  $s_w$ , a pior solução da população atual (linha 14). Caso  $s''$  seja uma solução melhor, então ela é acrescida à população  $P$  e o indivíduo correspondente a  $s_w$  é retirado (linha 15). Os valores de aptidão de todas as soluções são novamente recalculados (linha 16), assim como o pior indivíduo (linha 17). Portanto, o processo de busca local continua enquanto são geradas soluções diferentes de  $s$  e que possuem aptidão melhor que a pior solução da atual população. Caso essas duas condições não sejam satisfeitas, a busca passa então para o próximo indivíduo.

Por fim, assim que a busca local é efetuada em toda a população, as soluções geradas na atual execução do algoritmo são acrescidas ao conjunto das soluções obtidas na execução anterior, sendo mantidas apenas as soluções que não forem dominadas por outras (linha 23). Todo esse processo se repete até que um critério de parada seja atingido. Neste trabalho, o

critério de parada é um número de gerações determinado para a execução do algoritmo, sendo ao final retornado o conjunto das soluções não-dominadas obtido ao final de todas as execuções.

## 4.4 Indicadores Binários

Seja  $X$  o espaço de busca de um determinado problema de otimização e  $Z$  o espaço de objetivos correspondentes ao mesmo. Nesse caso, pode-se assumir que  $Z = \mathbb{R}^n$ , onde  $n$  é o número de objetivos a serem minimizados. A aptidão de cada solução pode ser definida a partir do indicador binário, de modo que dados dois vetores de solução normalizados  $A$  e  $B$  pertencentes a  $Z$ ,  $I(A, B)$  é um valor real que representa a diferença de qualidade entre esses dois conjuntos de vetores de objetivos (Basseur e K. Burke, 2007).

Para se calcular essa diferença, todos os vetores objetivos são normalizados, a fim de evitar valores negativos (Basseur *et al.*, 2012). Nessa equação,  $m_i$  e  $M_i$  são, respectivamente, o menor e maior valor da função objetivo  $i$  dos indivíduos contidos na população  $P$ . Cada função objetivo  $i$  de cada indivíduo  $x$  de  $P$  é normalizado conforme a equação 4.1:

$$F_i(x) = \frac{f_i(x) - m_i}{M_i - m_i} \quad (4.1)$$

A qualidade das soluções de uma população  $P$  pode ser avaliada por um indicador binário de diversas maneiras. Uma delas consiste em somar os valores de indicador de cada indivíduo  $x$  em relação aos demais membros  $z$  da população, conforme equação a 4.2. Nessa abordagem, todos os indivíduos são considerados para se mensurar a qualidade de cada solução.

$$I(P \setminus \{x\}, x) = \sum_{z \in P \setminus \{x\}} I(z, x) \quad (4.2)$$

Outra maneira consiste em, ao invés de se obter o somatório, considerar apenas o melhor valor de indicador obtido de uma determinada solução  $x$  em relação a qualquer outra solução  $z$  pertencente à população de soluções. Essa maneira define que a qualidade de uma determinada solução se dê a partir da existência de soluções similares ou melhores na população (Basseur *et al.*, 2012). Tal estratégia está definida na equação 4.3

$$I(P \setminus \{x\}, x) = \min_{z \in P \setminus \{x\}} I(z, x) \quad (4.3)$$

Uma outra alternativa, proposta por [Zitzler e Künzli \(2004\)](#), consiste em fazer uma combinação entre essas duas abordagens, além de ampliar a influência das soluções dominantes sobre aquelas que são dominadas, através de um fator de escala  $k > 0$ , conforme equação 4.4. Quanto mais próximo de zero  $k$  estiver, maior a influência das soluções dominantes sobre as dominadas:

$$I(P \setminus \{x\}, x) = \sum_{z \in P \setminus \{x\}} -e^{-I(z,x)/k} \quad (4.4)$$

Desse modo, o cálculo de aptidão do IBMOLS, é obtido por:  $I(P \setminus \{x\}, x)$ , para todo  $x \in P$  (linha 4 algoritmo 4.1), sendo que a estratégia de utilização do indicador pode se dar de acordo com qualquer uma das equações 4.2, 4.3 ou 4.4 supra-mencionadas. Por sua vez, a atualização dos valores de aptidão após inserção de uma nova solução e remoção pior solução (linha 16 do mesmo algoritmo) se dá de acordo com o apresentado no algoritmo 4.2 ([Assis, 2013](#)):

---

**Algoritmo 4.2** Calcula Aptidão - IBMOLS

---

**Entrada:**  $s''$  (solução inserida),  $s_w$  (solução removida),  $P$  (população) and  $I$  (indicador binário)

- 1:  $Aptidao(s'') \leftarrow I(P \setminus \{s''\}, s'')$ ;
  - 2:  $Aptidao(z) \leftarrow Aptidao(z) + I(s'', z), \forall z \in P$ ;
  - 3:  $Aptidao(z) \leftarrow Aptidao(z) - I(s_w, z), \forall z \in P$ ;
- 

#### 4.4.1 Indicador Binário Epsilon

Um dos indicadores utilizado para calcular a aptidão dos indivíduos da população é o Indicador Epsilon  $I_\epsilon$ , o qual apresenta bons resultados para diferentes problemas de otimização combinatória ([Basseur et al., 2012](#)). Dados dois vetores de soluções  $x_1$  e  $x_2$  pertencentes à fronteira de Pareto, o indicador  $I_\epsilon(x_1, x_2)$  mensura a distância entre os dois pontos no espaço dos objetivos  $Z = \mathfrak{R}^n$ . Esta distância é calculada a partir da diferença de valor das soluções em cada objetivo do problema, de acordo com a equação 4.5, apresentada abaixo:

$$I_\epsilon(x_1, x_2) = \max_{i \in \{1, \dots, n\}} (f_i(x_1) - f_i(x_2)) \quad (4.5)$$

O cálculo de aptidão do indivíduo é realizado de acordo com a equação 4.4, sendo portanto um indicador que busca potencializar a influência das soluções dominantes sobre as dominadas.

#### 4.4.2 Indicador Binário Hipervolume

O hipervolume de uma solução  $x_1$ , denotado por  $H(x_1)$ , representa o espaço de objetivos que  $x_1$  domina. Dadas duas soluções  $x_1$  e  $x_2$ , o indicador binário de hipervolume, denotado por  $I_{HD}(x_1, x_2)$ , representa o volume do espaço de objetivos que é dominado por  $x_1$  mas não é dominado por  $x_2$  (Basseur e K. Burke, 2007). Seu valor é definido de acordo com a equação 4.6:

$$I_{HD}(x_1, x_2) = \begin{cases} H(x_1) - H(x_2) & \text{se } x_1 \prec x_2, \\ H(x_1 + x_2) - H(x_2) & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.6)$$

Assim como no caso do Indicador Epsilon, é utilizada a equação 4.4 para o cálculo de aptidão do indivíduo no Indicador Hipervolume. Desse modo, é um indicador que também preserva a influência das soluções dominantes.

#### 4.4.3 Indicador Binário Fonseca e Fleming

Um outro indicador, adaptado por Basseur *et al.* (2012) de um trabalho de Fonseca *et al.* (1993), utiliza um método de ranqueamento originalmente aplicado com um algoritmo genético multiobjetivo. Assim como no indicador de Hipervolume, o valor de indicador é aplicado a partir da verificação da relação de dominância entre duas soluções.

Todavia, diferentemente dos indicadores  $I_\epsilon$  e  $I_{HD}$ , o cálculo de aptidão dos indivíduos da população é realizado através do somatório dos valores de fitness de cada indivíduo com relação aos demais membros da população, conforme a equação 4.2. Portanto, trata-se de um indicador que leva em conta todos os membros da população para se determinar a qualidade de cada solução, porém não preserva a influência das soluções dominantes em mesmo grau que os indicadores anteriores. Seu valor é definido de acordo com a equação 4.7:

$$I_{Fon}(x_1, x_2) = \begin{cases} -1 & \text{se } x_1 \prec x_2, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.7)$$

A lógica desse indicador se baseia em um ranqueamento do indivíduo considerando o número de outras soluções dominadas por ele. Todos iniciam com o valor de *fitness* igual a zero. Ao ser comparado aos demais membros, para cada outra solução que um indivíduo domina é acrescido -1 ao seu valor de *fitness*. Caso contrário, esse valor não sofre alteração. As soluções que possuírem o menor valor são as melhores, pois são aquelas que dominam uma quantidade maior de outras soluções.

## 4.5 Conclusão

Esse capítulo buscou apresentar a Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador (IBMOLS, do inglês *Indicator Based Multiobjective Local Search*), apresentando a motivação para sua utilização, os fundamentos que a compõem, bem como trabalhos na literatura relacionados à mesma. Também apresentou três propostas de diferentes indicadores a serem utilizados na referida meta-heurística.

## Testes Computacionais

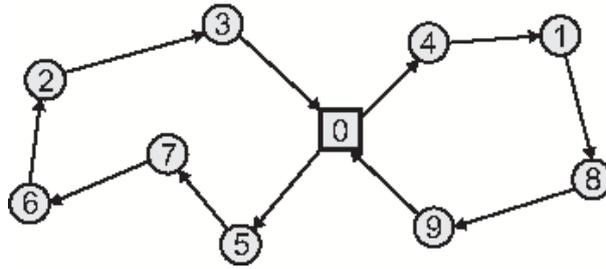
Este capítulo tem por objetivo apresentar os resultados alcançados pela Busca Local Multiobjetivo Baseada em Indicador na resolução do Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional, analisando o desempenho dos indicadores utilizados. Para tal, a seção 5.1 apresenta as estruturas de dados utilizadas para representação da solução. A seção 5.2 apresenta as instâncias de problemas utilizadas e a seção 5.3, por sua vez, as métricas empregadas para avaliação das soluções. Os resultados encontrados e a discussão relacionada aos mesmos, assim como os parâmetros utilizados no algoritmo, são apresentados na seção 5.4. Por último, a seção 5.5 conclui o capítulo.

### 5.1 Representação das soluções

Em um problema de roteamento de veículos, a solução é um conjunto de rotas que satisfaça as condições definidas para atendimento das demandas, sem desrespeitar as restrições impostas. As rotas podem ser representadas por um conjunto de vetores, no qual cada um dos vetores representa uma rota e armazena a lista de consumidores na ordem em que devem ser visitados.

No entanto, tratando-se do MOVPOP, também é necessário armazenar a informação de qual consumidor terá ou não sua demanda de coleta atendida. Para tanto, além dos vetores que indiquem as rotas, também é necessário um vetor binário que receba valor 1 se o consumidor terá sua demanda de coleta atendida ou então valor 0, caso contrário. Na figura 5.1 é apresentada um exemplo de solução na representação proposta, sendo os dois primeiros vetores relacionados às rotas e o último vetor indica quais consumidores terão seus itens coletados.

A construção da solução - e conseqüentemente das rotas - deve respeitar as restrições do problema relacionadas à capacidade do veículo. Mesmo após a construção da primeira solução viável, durante a execução do algoritmo, a configuração das rotas é alterada, de modo que consumidores são retirados de uma rota e inseridos em outra, ou mesmo têm sua posição



**Rota 1:** [0 - 4 - 1 - 8 - 9 - 0]

**Rota 2:** [0 - 5 - 7 - 6 - 2 - 3 - 0]

**Estado de Coleta:** [1 - 1 - 0 - 1 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1]

Figura 5.1: Representação de uma solução para o problema de roteamento de veículos multi-objetivo com coleta opcional: os dois primeiros vetores representam as rotas que compõem a solução, as quais se iniciam e terminam no depósito, representado pelo número 0. O último vetor informa quais consumidores terão a demanda de coleta atendida, representado pelo valor 1, ou 0 caso contrário. A primeira posição se refere ao consumidor de número 1, a segunda posição ao consumidor de número 2, e assim sucessivamente. Fonte: *Assis et al. (2013)*

alterada dentro da mesma rota. Em cada uma dessas situações supramencionadas é necessário verificar se a alteração executada não inviabiliza alguma das rotas. Essa checagem é executada de acordo com algoritmo proposto por *de Assis et al. (2013)*.

## 5.2 Instâncias utilizadas

Os testes computacionais deste trabalho utilizaram 12 instâncias de 50 a 150 consumidores mais o depósito, propostas por *Salhi e Nagy (1999)*. São instâncias definidas para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas (VRPSPD), no qual há demanda de entrega e de coleta por parte dos consumidores, sendo portanto possível de ser utilizada para o MOVPOP, problema ora abordado.

O custo de transporte é dado pela distância euclidiana entre os pontos (consumidores ou depósito). Nas instâncias da classe CMT1 a CMT4, os consumidores estão distribuídos de forma aleatória no espaço do problema, em torno do depósito. Já nas instâncias CMT11 e CMT12 eles aparecem agrupados, de modo que o depósito não está centralizado entre os consumidores, mas sim entre os grupos (*de Assis et al., 2013*). As instâncias armazenam as seguintes informações: capacidade do veículo, número de consumidores, bem como suas res-

Tabela 5.1: Instâncias propostas por Salhi e Nagy (1999). Fonte: (Assis, 2013)

Nome	Consumidores	$\sum$ Entregas	$\sum$ Coletas	Capacidade
CMT1X	50	460.478	316.522	160
CMT1Y	50	316.522	460.478	160
CMT2X	75	816.894	547.106	140
CMT2Y	75	547.106	816.894	140
CMT3X	100	837.942	620.058	200
CMT3Y	100	620.058	837.942	200
CMT12X	100	942.045	867.955	200
CMT12Y	100	867.955	942.045	200
CMT11X	120	611.015	763.985	200
CMT11Y	120	763.985	611.015	200
CMT4X	150	1298.42	936.58	200
CMT4Y	150	936.58	1298.42	200

pectivas demandas de coleta e entrega. Ademais, a localização de cada nó é dado pelas coordenadas  $(x, y)$ , a partir das quais se calcula a distância entre os mesmos. A tabela 5.1 apresenta as informações dessas instâncias. A coluna **Consumidores** informa o número de consumidores. Já as colunas  $\sum$ **Entregas** e  $\sum$ **Coletas** informa o total de itens demandados para entrega e coleta, respectivamente. Por fim, a coluna **Capacidade** informa a capacidade do veículo. Para nenhuma instância é definido um limite de veículos a ser utilizado.

### 5.3 Medidas de eficiência empregadas

É esperado que a solução de um problema de otimização multiobjetivo consista em um conjunto de soluções em número suficiente para refletir as possíveis escolhas disponíveis, face ao número de objetivos considerados. Além disso, as soluções devem estar espalhadas ao longo de toda a fronteira, de modo a representar toda a sua extensão, assim como devem formar uma fronteira a mais próxima possível da fronteira Pareto ótima. No intuito de verificar a existência de tais características nas fronteiras e avaliar o desempenho dos indicadores utilizados no IBMOLS, foram utilizadas três métricas, as quais são descritas a seguir:

- **Cardinalidade:** diz respeito ao número de soluções presentes na fronteira de Pareto. Em um problema de otimização multiobjetivo, não há uma única solução que domine todas

as outras. Nesse sentido, um número de soluções maior possibilita ao tomador de decisão maiores possibilidades de escolha, além permitir uma melhor representação da fronteira de Pareto. Por esse motivo, esta métrica foi uma das utilizadas.

- **Hipervolume:** consiste em avaliar a área total de um hipercubo de dimensão igual ao número de objetivos do problema. Os vértices de sua diagonal são formados por um ponto de referência escolhido e o ponto que representa a solução na fronteira de Pareto. Para os problemas de minimização, o ponto de referência deve ser escolhido de modo que seja dominado por todas as soluções do conjunto que se pretende avaliar (Hughes, 2005). O ponto de referência foi determinado separadamente para cada instância, de acordo com o maior valor de cada objetivo do problema encontrado nos resultados de todos os testes. A qualidade de uma fronteira é definida pela soma dos hipercubos de cada uma das soluções que a compõem. Desse modo, quanto mais próxima da fronteira de Pareto ótima cada solução estiver, melhor a fronteira de Pareto obtida será. A figura 5.2 ilustra como o hipervolume de uma fronteira é determinado.
- **Cobertura de dois conjuntos:** essa métrica é utilizada para comparar dois conjuntos de soluções, auferindo em que medida uma fronteira de Pareto domina outra, o que não pode ser realizado através apenas do hipervolume (Zitzler, 1999). Dadas duas fronteiras de Pareto **A** e **B**, função *C* mapeia o par ordenado (**A**, **B**) no intervalo (0, 1) de acordo com a equação 5.1. Quando  $C(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = 1$  significa que **A** domina todas as soluções de **B**. Caso **A** não domine nenhuma solução de **B**, então  $C(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  assume valor 0. Essa métrica foi utilizada para comparar as soluções entre os indicadores.

Tendo em vista que foram testados três indicadores, para facilitar a comparação de desempenho entre os mesmos, ao invés de se determinar a cobertura dos indicadores aos pares, foi utilizada uma forma de cálculo proposta por Batista *et al.* (2011) que compara cada indicador em relação à união das fronteiras de Pareto aproximadas finais dos outros indicadores, generalizando a cobertura que passa a ser definida de um para muitos.

Desta maneira, a fronteira que obtiver o maior valor de cobertura possui o maior número de soluções dominantes. Entretanto, ela pode não conter o maior número de soluções (o que é verificado pela cardinalidade), ou ainda não dar uma boa aproximação de toda a extensão da fronteira de Pareto (o que se pode mensurar com maior êxito através do hipervolume).

$$C(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{|\{x_1 \in \mathbf{B} : \exists x_2 \in \mathbf{A}, x_2 \preceq x_1\}|}{|\mathbf{B}|} \quad (5.1)$$

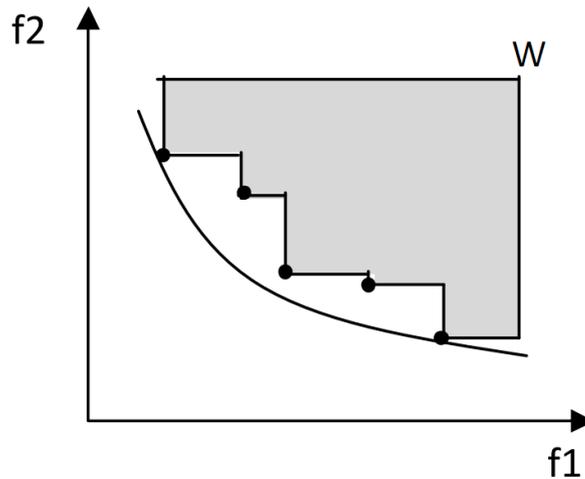


Figura 5.2: Cálculo do hipervolume para um problema de minimização bi-objetivo.  $W$  é o ponto de referência considerado. Fonte: Assis (2013)

A Cardinalidade e o Hipervolume é mensurada em números absolutos, ao passo que a Cobertura é fornecida em números relativos.

## 5.4 Resultados obtidos e discussão

Os parâmetros do algoritmo foram definidos a partir dos experimentos realizados em Assis *et al.* (2012). Na primeira geração do algoritmo, a população inicial é gerada pelo algoritmo PE. O tamanho da população inicial foi definido como 10 e a taxa de mutação para os mecanismos de perturbação como 0.3. O fator de escala  $k$  para os indicadores foi determinado como 0.1 e o número de gerações 50.

Foram obtidas 180 amostras para análise, pois foram testados 3 indicadores em 12 diferentes instâncias do problema, executados 5 vezes cada (3 x 12 x 5). A média e o desvio padrão (entre parênteses) dos resultados avaliados pelas métricas são apresentadas nas tabelas 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5.

O indicador  $I_{\epsilon}$  obteve os menores tempos de execução em 10 das 12 das instâncias testadas, 83% do total. Os indicadores  $I_{FON}$  e  $I_{HD}$  obtiveram um tempo de execução menor em uma instância cada. No entanto, considerando o melhor e o pior tempo de execução, em 75% das instâncias o intervalo formado pelo desvio-padrão do indicador com pior tempo contém o valor correspondente ao tempo do melhor indicador, ou vice-versa. Isso não ocorre apenas nas

instâncias 12X, 12Y e 2Y.

Tabela 5.2: Média e desvio-padrão dos resultados de tempo (em segundos) obtidos

Instância	$I_{\epsilon}$		$I_{FON}$		$I_{HD}$	
	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT1X	4783,25	241,31	5221,07	448,8	5140,48	202,24
CMT1Y	7700,22	234,36	7246,09	964,65	7366,17	477,8
CMT2X	11696,6	1009,23	11868,65	1620,46	11772,4	649,95
CMT2Y	27499,58	2073,65	32398,84	1607,76	32438,68	4541,82
CMT3X	152092,6	6979,93	162727,6	11602,19	160291,6	7381,23
CMT3Y	203925,6	7675,61	207824,2	10057,66	207873,4	4173,17
CMT4X	574257,6	18919,79	588513,2	16569,53	574362,2	37086,5
CMT4Y	784814,4	45346,66	801915,6	16155,43	790977	57675,27
CMT11X	497025,4	38917,17	506154,8	44709,15	507026	52041,12
CMT11Y	327682,2	34860,79	345287,6	19075,34	342428,4	18764,02
CMT12X	100029,28	4513,96	105918,5	5543,89	105928,4	4785,45
CMT12Y	129340,2	6356,13	138568,2	5581,87	128980,2	5395,27
Média	235070,58	13927,38	242803,70	11161,39	239548,74	16097,82

Com relação à cardinalidade das soluções, houve maior equilíbrio. O indicador  $I_{FON}$  obteve os maiores valores em 5 instâncias, seguido pelos indicadores  $I_{\epsilon}$  e  $I_{HD}$ , com 4 e 3 melhores resultados, respectivamente. Ressalta-se que os melhores valores de cada indicador estão distribuídos entre instâncias de maior e menor número de consumidores, de tal modo que não há um indicador que se destacou em instâncias maiores ou menores.

Tratando-se da métrica de hipervolume, os indicadores  $I_{FON}$  e  $I_{\epsilon}$  tiveram desempenho semelhante. O indicador  $I_{FON}$  obteve melhor desempenho em 6 instâncias, contra 5 do  $I_{\epsilon}$ , embora este último tenha obtido um valor melhor na média geral do hipervolume de todas as instâncias juntas. Porém, assim como no tempo de execução, considerando os indicadores com o menor e maior valor de hipervolume, em 75% das instâncias o intervalo que se forma com o desvio-padrão a partir da média do menor resultado contém o valor do hipervolume do melhor indicador, ou vice-versa. Somente nas instâncias 1X, 1Y e 3Y isso não ocorre.

Já na cobertura, o  $I_{HD}$ , que obteve o pior desempenho em todas as avaliações anteriores, se destaca sendo o melhor em 8 instâncias (em uma delas com o mesmo valor do  $I_{\epsilon}$ ), 67% do total, seguido pelo  $I_{FON}$  com 3 melhores resultados e depois o  $I_{\epsilon}$  com apenas 2. Nesse conjunto de resultados, o intervalo que se forma com o desvio-padrão a partir da média do menor resultado contém o valor de cobertura do melhor indicador ou vice-versa, em 50% das instâncias.

Tabela 5.3: Média e desvio-padrão dos valores de cardinalidade das soluções

Instância	$I_{\epsilon}$		$I_{FON}$		$I_{HD}$	
	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT1X	2,6	0,49	2,8	0,4	3,6	0,8
CMT1Y	7,4	1,02	11,4	1,02	11,2	1,17
CMT2X	5	1,41	4,4	1,62	3,2	0,75
CMT2Y	22,4	3,01	29,8	3,06	27,8	5,08
CMT3X	5,2	1,47	6,2	2,14	7	1,1
CMT3Y	17,2	1,6	19,8	3,12	18	3,03
CMT4X	7	1,26	7,2	1,94	6,4	1,5
CMT4Y	30,8	3,06	29	3,1	30,2	2,93
CMT11X	37,4	7,66	35,6	6,89	37	8,37
CMT11Y	20,8	1,6	24,6	4,08	24,8	2,93
CMT12X	14,6	2,73	16	3,58	14,8	2,99
CMT12Y	27,2	4,45	24,8	4,02	24,2	3,87
Média	16,47	2,48	17,63	2,91	17,35	2,88

Tabela 5.4: Média e desvio-padrão dos valores de hipervolume das soluções

Instância	$I_{\epsilon}$		$I_{FON}$		$I_{HD}$	
	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT1X	391,61	16,62	405,05	17,78	413,48	3,61
CMT1Y	2833,78	244	3119,52	80,61	3016,16	107,51
CMT2X	2166,34	247,25	1886,7	351,62	1956,23	266,36
CMT2Y	54779,43	745,53	54355,08	837,48	54242,71	1371,66
CMT3X	970,92	155,08	1123,73	26,12	1116,95	5,63
CMT3Y	9247,71	93,23	9348,28	40,43	9106,29	219,12
CMT4X	1890,53	285,22	2296,68	634,4	1820,75	348,09
CMT4Y	38618,37	866,12	38369,73	1103,39	38393,53	1582,99
CMT11X	36891,88	1131,33	36843,05	614,28	36393,13	912,33
CMT11Y	19246,31	1584,18	18610,46	1585,78	18651,36	1355,23
CMT12X	10735	70,94	10736,53	98,45	10616,73	222,36
CMT12Y	20577,81	1193,77	20770,49	535,56	20574,07	871,64
Média	16529,14	552,77	16488,78	493,83	16358,45	605,54

O  $I_{\epsilon}$  apresentou a maior quantidade dos menores tempos de execução, além de um desempenho próximo ao  $I_{FON}$  na cardinalidade e hipervolume. Contudo, obteve o pior desempenho na cobertura. Por sua vez, o  $I_{FON}$  apresentou o maior número de melhores resultados nas métricas de cardinalidade e hipervolume, entretanto trata-se de uma diferença muito pequena sobre o indicador  $I_{\epsilon}$ . Já com relação aos valores de cobertura de cada indicador com relação aos demais, o  $I_{HD}$  se sobressaiu. Como as diferenças entre as médias dos indicadores estão

Tabela 5.5: Média e desvio-padrão dos valores de cobertura das soluções

Instância	$I_e$		$I_{FON}$		$I_{HD}$	
	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT 1X	0,68	0,19	0,74	0,25	0,73	0,22
CMT 1Y	0,32	0,09	0,50	0,08	0,51	0,18
CMT 2X	0,46	0,45	0,36	0,34	0,46	0,20
CMT 2Y	0,50	0,16	0,34	0,15	0,50	0,09
CMT 3X	0,30	0,19	0,48	0,12	0,62	0,12
CMT 3Y	0,36	0,08	0,52	0,17	0,37	0,13
CMT 4X	0,32	0,14	0,64	0,26	0,37	0,23
CMT 4Y	0,42	0,16	0,36	0,10	0,48	0,11
CMT 11X	0,50	0,17	0,45	0,12	0,44	0,27
CMT 11Y	0,40	0,21	0,37	0,12	0,40	0,13
CMT 12X	0,45	0,15	0,40	0,03	0,51	0,17
CMT 12Y	0,37	0,11	0,31	0,08	0,48	0,10
Média	0,42	0,18	0,46	0,15	0,49	0,16

dentro do intervalo do desvio-padrão na maioria dos casos, nota-se que é necessário uma quantidade maior de testes para, a partir de uma análise estatística, auferir se de fato há diferença de desempenho estatisticamente significativa entre os indicadores, em todas as métricas utilizadas.

Além da análise dos resultados em cada instância separadamente, foram comparados os resultados por grupos de instâncias. Um grupo foi composto pelas instâncias menores (CMT1, CMT 2 e CMT3), outro grupo composto pelas instâncias maiores (CMT4) e por fim um terceiro grupo que abrange as instâncias que possuem uma configuração diferente na disposição dos consumidores, se comparadas com os outros grupos (CMT11 e CMT12). Mesmo nessa análise agrupada, não houve um indicador que se destacasse e apresentasse resultado significativamente distinto em relação ao obtido separadamente em cada instância.

## 5.5 Conclusão

Este capítulo apresentou os resultados obtidos nos testes executados. Para tanto, foram apresentadas as formas como as soluções são representadas nas estruturas de dados utilizadas. Além disso, foram apresentadas as métricas utilizadas para avaliar e comparar os algoritmos: cardinalidade, hipervolume e cobertura, além do tempo de execução. Também foram descritas as instâncias de [Salhi e Nagy \(1999\)](#) nas quais os algoritmos foram testados. Por fim o desem-

penho de cada indicador é exposto e analisado, a partir do qual se verifica que o desempenho dos indicadores foram muito próximos, além de não haver um que se destaque em todas as avaliações realizadas. Para confirmar se de fato tais diferenças são significativas, é necessário um maior número de testes.

## CAPÍTULO 6

# Conclusões

O problema de roteamento de veículos (VRP, do inglês *Vehicle Routing Problem*) possui inúmeras variações a partir da sua formulação tradicional, as quais refletem as várias situações reais com as quais as organizações e países lidam. Inicialmente foi realizada uma pesquisa que confirma a grande importância que os custos logísticos representam em relação aos custos totais das empresas, dos quais a maior parte está relacionada ao transporte, especialmente no Brasil, onde o modal rodoviário é o mais utilizado para transporte de cargas.

Em seguida, foi feita uma revisão da bibliografia relacionada às variações do problema de roteamento de veículos. Foram encontrados muitos trabalhos que lidam com demandas de entrega e coleta dos consumidores, ou que tratam de mais de um objetivo. Entretanto, poucos trabalhos abordavam essas duas características em conjunto. Nesse sentido, o presente trabalho aborda uma variante do VRP que contempla esses dois fatores, na qual as demandas de entrega e coleta são atendidas em uma única visita. A obrigatoriedade de se atender as demandas de coleta foi relaxada, tornando-se um dos objetivos a serem minimizados, juntamente com o custo total do transporte, dado pela distância total percorrida pelos veículos.

Também pode ser verificado que este problema é NP-difícil, o que exige o emprego de técnicas heurísticas para obtenção de soluções viáveis em tempo computacional razoável. Além disso, por se tratar um problema multiobjetivo, é desejável que os algoritmos utilizados para resolvê-los trabalhem com populações de soluções. Nessa seara é reconhecida a eficiência dos métodos baseados em busca local, especialmente nos problemas de otimização combinatória de larga escala. Para problemas dessa natureza, busca-se obter uma boa aproximação do conjunto Pareto-ótimo. Todavia, nem sempre há uma definição clara do que seja uma boa aproximação, de modo que a qualidade superior de uma solução em relação a outra depende das preferências do tomador de decisão, diante dos objetivos da organização.

Desta maneira, na intenção de utilizar um algoritmo que considere todas essas características (trabalhar com população de soluções, utilizar busca local e permitir ao tomador de decisão definir suas preferências), para resolução desse problema foi utilizada a busca local multiobjetivo baseada em indicador (IBMOLS, do inglês *Indicator-based multiobjective local*

*search*). No IBMOLS cada indicador pode atribuir diferentes valores de qualidade a cada uma das soluções, de acordo com as características desejáveis que elas apresentam.

Para subsidiar o entendimento desse algoritmo, foram apresentados alguns importantes conceitos e definições relacionados à otimização, busca local e meta-heurísticas. Também foram apresentadas as estruturas de dados para representação do problema e das soluções, assim como o modo como os mecanismos de perturbação dessa técnica heurística atuam.

O IBMOLS foi testado com três diferentes indicadores encontrados na literatura: o indicador Epsilon ( $I_\epsilon$ ), indicador de Hipervolume ( $I_{HD}$ ) e o indicador baseado no método de ranqueamento de [Fonseca et al. \(1993\)](#) ( $I_{FON}$ ). A qualidade das soluções no  $I_\epsilon$  é mensurada a partir da diferença de valor das soluções em cada objetivo do problema. Já o  $I_{HD}$  representa o volume do espaço de objetivos que é dominado por uma solução e não é dominado por outra. O  $I_{FON}$  atribui um valor a cada solução de acordo com o número de soluções que ela domina.

As instâncias empregadas nos testes possuem de 50 a 150 consumidores mais o depósito. Para avaliação de cada indicador, as métricas utilizadas foram tempo de execução, cardinalidade, hipervolume e cobertura. Os resultados obtidos de acordo com as métricas avaliadas demonstram um desempenho muito próximo entre os indicadores, sendo necessário um maior número de testes para que se verifique se as diferenças são estatisticamente significativas e há de fato um indicador superior aos demais.

## Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, pode-se elencar:

- executar um maior número de testes para que, a partir de um número de amostras suficiente, possa ser analisado estatisticamente se as diferenças dos resultados entre os indicadores é significativa;
- testar a busca local multiobjetivo baseada em indicador (IBMOLS) em outros conjuntos de instâncias da literatura bem como em outros problemas de otimização;
- comparar o desempenho do IBMOLS em relação a outras meta-heurísticas encontradas na literatura;
- implementar e testar os indicadores em algoritmos evolucionários, haja vista que várias meta-heurísticas dessa classe têm sido muito utilizadas e têm apresentado bons resultados em termos de qualidade de solução em tempo computacional razoável;
- testar o IBMOLS com outros indicadores encontrados na literatura e, a partir da comparação entre os mesmos através da observação e experiência adquiridas, propor um novo indicador;
- aplicar a técnica proposta em um problema real.

## Referências Bibliográficas

- ABAL(2012)** Associação Brasileira do Alumínio ABAL. Índice de Reciclagem de Latas de Alumínio (%), 2012. URL <http://www.abal.org.br/estatisticas/nacionais/reciclagem/latas-de-aluminio/>. Citado na pág. 3
- ABIVIDRO(2012)** Associação Técnica Brasileira das Indústrias Automáticas de Vidro ABIVIDRO. Indústrias de vidro se unem pela reciclagem, 2012. URL <http://www.abividro.org.br/noticias/industrias-de-vidro-se-unem-pela-reciclagem>. Citado na pág. 3
- Ahmadi et al.(2013)** Mohammad H. Ahmadi, Hadi Hosseinzade, Hoseyn Sayyaadi, Amir H. Mohammadi, e Farshad Kimiaghalam. Application of the multi-objective optimization method for designing a powered Stirling heat engine: Design with maximized power, thermal efficiency and minimized pressure loss. *Renewable Energy*, 60:313–322. ISSN 09601481. doi: 10.1016/j.renene.2013.05.005. Citado na pág. 29, 30
- Alfredo Montané e Galvão(2006)** Alfredo Montané e Roberto Diéguez Galvão. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers & Operations Research*, 33(3):595–619. ISSN 03050548. doi: 10.1016/j.cor.2004.07.009. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054804001741>. Citado na pág. 18, 23
- Assis et al.(2012)** Luciana P. Assis, André L. Maravilha, Alessandro Vivas, Felipe Campelo, e Jaime A. Ramírez. Multiobjective vehicle routing problem with fixed delivery and optional collections. *Optimization Letters*, 7(7):1419–1431. ISSN 1862-4472. doi: 10.1007/s11590-012-0551-z. URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s11590-012-0551-z/fulltext.html>. Citado na pág. 21, 38, 47
- Assis et al.(2013)** Luciana P. Assis, André L. Maravilha, Alessandro Vivas, Felipe Campelo, e Jaime A. Ramírez. Multiobjective vehicle routing problem with fixed delivery and optional collections. *Optimization Letters*, 7(7):1419–1431. ISSN 1862-4472.

- doi: 10.1007/s11590-012-0551-z. URL <http://link.springer.com/10.1007/s11590-012-0551-z>. Citado na pág. 35, 38, 44
- Assis(2013)** Luciana Pereira D E Assis. *Investigação de metaheurísticas aplicadas ao problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional*. Tese de Doutorado. Citado na pág. 3, 4, 13, 21, 22, 30, 31, 32, 35, 36, 40, 45, 47
- Bacic e Aguilera(2005)** Miguel Juan Bacic e Luiz Manoel Aguilera. Novas Tecnologias no setor de Transporte Rodoviário de Cargas. Em *International Conference on Information Systems and Technology Management*, volume 2. URL <http://www.contecsi.fea.usp.br/envio/index.php/contecsi/2contecsi/paper/download/1337/581>. Citado na pág. 2
- Baños et al.(2013)** Raúl Baños, Julio Ortega, Consolación Gil, Antonio L. Márquez, e Francisco de Toro. A hybrid meta-heuristic for multi-objective vehicle routing problems with time windows. *Computers & Industrial Engineering*, 65(2):286–296. ISSN 03608352. doi: 10.1016/j.cie.2013.01.007. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835213000120>. Citado na pág. 19
- Basseur e K. Burke(2007)** M. Basseur e E. K. Burke. Indicator-based multi-objective local search. Em *2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, páginas 3100–3107. IEEE. ISBN 978-1-4244-1339-3. doi: 10.1109/CEC.2007.4424867. URL <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4424867>. Citado na pág. 35, 39, 41
- Basseur et al.(2012)** M. Basseur, A. Liefooghe, K. Le, e E. K. Burke. The efficiency of indicator-based local search for multi-objective combinatorial optimisation problems. *Journal of Heuristics*, 18(2):263–296. ISSN 1381-1231. doi: 10.1007/s10732-011-9178-y. URL <http://link.springer.com/10.1007/s10732-011-9178-y>. Citado na pág. 4, 39, 40, 41
- Batista et al.(2011)** Lucas S. Batista, Felipe Campelo, Frederico G. Guimarães, e Jaime A. Ramírez. Pareto Cone  $\epsilon$ -Dominance: Improving Convergence and Diversity in Multi-objective Evolutionary Algorithms. páginas 76–90. Springer Berlin Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-642-19893-9\_6. URL [http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-19893-9\\_{\\_}6](http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-19893-9_{_}6). Citado na pág. 46
- Belmecheri et al.(2012)** Farah Belmecheri, Christian Prins, Farouk Yalaoui, e Lionel Amodeo. Particle swarm optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous

- fleet, mixed backhails, and time windows. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 24(4): 775–789. ISSN 0956-5515. doi: 10.1007/s10845-012-0627-8. URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s10845-012-0627-8>. Citado na pág. 17
- Berbeglia et al.(2010)** Gerardo Berbeglia, Jean-François Cordeau, e Gilbert Laporte. Dynamic pickup and delivery problems. *European journal of operational research*, 202(1):8–15. Citado na pág. 12
- Blum e Roli(2003)** Christian Blum e Andrea Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268–308. ISSN 03600300. doi: 10.1145/937503.937505. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=937503.937505>. Citado na pág. 32
- Bordenave et al.(2012)** Charles Bordenave, Michel Gendreau, e Gilbert Laporte. A branch-and-cut algorithm for the preemptive swapping problem. *Networks*, 59(4):387–399. Citado na pág. 15, 16
- Bortfeldt et al.(2015)** Andreas Bortfeldt, Thomas Hahn, Dirk Männel, e Lars Mönch. Hybrid algorithms for the vehicle routing problem with clustered backhails and 3D loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 243(1):82–96. ISSN 03772217. doi: 10.1016/j.ejor.2014.12.001. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221714009837>. Citado na pág. 16
- Caric e Gold(2008a)** Tonci Caric e Hrvoje Gold. *Vehicle Routing Problem*. ISBN 978-953-7619-09-1. doi: 10.5772/64. URL <http://www.intechopen.com/books/vehicle{ }routing{ }problem>. Citado na pág. 9
- Caric e Gold(2008b)** Tonci Caric e Hrvoje Gold. *Vehicle routing problem*. Sciyo. com. Citado na pág. 2
- Castro-Gutierrez(2012)** Juan Castro-Gutierrez. *Multi-objective tools for the vehicle routing problem with time windows*. Tese de Doutorado, University of Nottingham. Citado na pág. 20
- Castro-Gutierrez et al.(2011)** Juan Castro-Gutierrez, Dario Landa-Silva, e José Moreno Pérez. Nature of real-world multi-objective vehicle routing with evolutionary algorithms. Em *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2011 IEEE International Conference on*, páginas 257–264. IEEE. Citado na pág. 18, 20

- Chand e Mohanty(2011)** Padmabati Chand e JR Mohanty. Multi objective genetic approach for solving vehicle routing problem with time window. Em *Trends in Computer Science, Engineering and Information Technology*, páginas 336–343. Springer. Citado na pág. 19
- CNT(2014a)** Confederação Nacional dos Transportes CNT. Plano CNT de Transporte e Logística 2014. Relatório técnico, CNT. URL <http://www.cnt.org.br/Paginas/Plano-CNT-de-Logística.aspx>. Citado na pág. 1
- CNT(2014b)** Confederação Nacional dos Transportes CNT. Plano CNT de Logística e Transporte 2014. Relatório técnico. URL <http://www.cnt.org.br/ImagensCNT/PDFsCNT/PlanoCNTdeLogística/PlanoCNTdeTransporteeLogística2014.pdf>. Citado na pág. 2
- Dantzig e Ramser(1959)** George B Dantzig e John H Ramser. The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1):80–91. Citado na pág. 2, 9
- David G. Luenberger(2016)** Yinyu Ye David G. Luenberger. *Linear and Non-linear Programming*. URL <http://rd.springer.com/book/10.1007/978-3-319-18842-3>. Citado na pág. 27, 28
- de Assis et al.(2013)** Luciana Pereira de Assis, André Luiz Maravilha Silva, Felipe Campelo Franca Pinto, Alessandro Vivas Andrade, e Jaime Arturo Ramírez. Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Seletiva. Em *Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional*, páginas 181–202. Omnipax. doi: 10.7436/2013.mhpo.12. URL <http://omnipax.com.br/site/?page{ }id=402>. Citado na pág. 36, 44
- Deitel e Deitel(2017)** Paul J. Deitel e Harvey M. Deitel. *C++ how to program : introducing the new C++14 standard*. ISBN 0134448235. Citado na pág. 33
- Demir et al.(2014)** Emrah Demir, Tolga Bektaş, e Gilbert Laporte. The bi-objective Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 232(3):464–478. ISSN 03772217. doi: 10.1016/j.ejor.2013.08.002. Citado na pág. 36
- do Brasil(2012)** República Federativa do Brasil. Lei 12.619 de 2012, 2012. URL [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2011-2014/2012/lei/112619.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2012/lei/112619.htm). Citado na pág. 3
- Dridi et al.(2011a)** I Harbaoui Dridi, R Kammarti, M Ksouri, e P Borne. Multi-objective optimization for the m-pdptw: Aggregation method with use of genetic algorithm and lower

- bounds. *International Journal of Computers, Communications & Control*, 6(2):246–257. Citado na pág. 14
- Dridi et al.(2011b)** Imen Harbaoui Dridi, Ryan Kammarti, Pierre Borne, e Mekki Ksouri. Multi-objective optimization for the dynamic multi-pickup and delivery problem with time windows. *arXiv preprint arXiv:1101.3396*. Citado na pág. 14
- Ehrgott(2000)** M. Ehrgott. Approximation algorithms for combinatorial multicriteria optimization problems. *International Transactions in Operational Research*, 7(1):5–31. ISSN 0969-6016. doi: 10.1111/j.1475-3995.2000.tb00182.x. URL <http://doi.wiley.com/10.1111/j.1475-3995.2000.tb00182.x>. Citado na pág. 31
- Ehrgott(2006)** Matthias Ehrgott. *Multicriteria Optimization*. ISBN 3540276599. URL <https://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr={&}id=AwRjo6iP4{ }UC{&}pgis=1>. Citado na pág. 28
- Eilon et al.(1971)** Samuel Eilon, CDT Watson-Gandy, e Nicos Christofides. *Distribution management*. Griffin London. Citado na pág. 2, 14
- Erdogan et al.(2010)** Güneç Erdogan, Jean-François Cordeau, e Gilbert Laporte. A branch-and-cut algorithm for solving the non-preemptive capacitated swapping problem. *Discrete Applied Mathematics*, 158(15):1599–1614. Citado na pág. 15
- EXAME(2014)** Revista EXAME. Transportes puxaram alta do IPCA de dezembro, diz IBGE, 2014. URL <http://exame.abril.com.br/economia/noticias/transportes-puxaram-alta-do-ipca-de-dezembro-diz-ibge>. Citado na pág. 2
- Fonseca et al.(1993)** Carlos M Fonseca, Peter J Fleming, e Others. Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation Discussion and Generalization. Em *ICGA*, volume 93, páginas 416–423. Citeseer. Citado na pág. 36, 41, 53
- Garcia-Najera(2012)** Abel Garcia-Najera. The Vehicle Routing Problem with Backhauls: A Multi-objective Evolutionary Approach. páginas 255–266. Springer Berlin Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-642-29124-1\_22. URL <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-29124-1{ }22>. Citado na pág. 22
- García-Nájera et al.(2015)** Abel García-Nájera, John. A. Bullinaria, e Miguel A. Gutiérrez-Andrade. An evolutionary approach for multi-objective vehicle routing problems with

- backhauls. *Computers & Industrial Engineering*, 81:90–108. ISSN 03608352. doi: 10.1016/j.cie.2014.12.029. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835214004586>. Citado na pág. 21
- Ghannadpour et al.(2014)** Seyed Farid Ghannadpour, Simak Noori, Reza Tavakkoli-Moghaddam, e Keivan Ghoseiri. A multi-objective dynamic vehicle routing problem with fuzzy time windows: Model, solution and application. *Applied Soft Computing*, 14:504–527. ISSN 15684946. doi: 10.1016/j.asoc.2013.08.015. Citado na pág. 21
- Globo(2013)** Globo. Prejuízo com filas no Porto de Santos chega a R\$ 115 milhões, diz sindicato, 2013. URL <http://g1.globo.com/sp/santos-regiao/noticia/2013/03/congestionamentos-causam-prejuizo-de-r-115-milhoes-no-porto-de-santos.html>. Citado na pág. 2
- GNU Project(2016)** GNU Project. GCC, the GNU Compiler Collection, 2016. URL <https://gcc.gnu.org/>. Citado na pág. 33
- Goetschalckx e Jacobs-Blecha(1989)** Marc Goetschalckx e Charlotte Jacobs-Blecha. The vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 42(1): 39–51. ISSN 03772217. doi: 10.1016/0377-2217(89)90057-X. Citado na pág. 16
- Goldbarg e Luna(2005)** Marco Cesar Goldbarg e Henrique Pacca L. Luna. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. ISBN 8535215204. URL <http://books.google.com/books?id=Q-bNGAAACAAJ{&}pgis=1>. Citado na pág. 28
- Guerriero et al.(2014)** Francesca Guerriero, Rosario Surace, Valeria Loscri, e Enrico Natalizio. A multi-objective approach for unmanned aerial vehicle routing problem with soft time windows constraints. *Applied Mathematical Modelling*, 38(3):839–852. Citado na pág. 20
- Gutjahr e Pichler(2016)** Walter J. Gutjahr e Alois Pichler. Stochastic multi-objective optimization: a survey on non-scalarizing methods. *Annals of Operations Research*, 236(2): 475–499. ISSN 0254-5330. doi: 10.1007/s10479-013-1369-5. URL <http://link.springer.com/10.1007/s10479-013-1369-5>. Citado na pág. 29, 30
- Hansen e Mladenović(2001)** Pierre Hansen e Nenad Mladenović. Variable neighborhood search: Principles and applications. *European Journal of Operational Research*, 130(3):449–467. ISSN 03772217. doi: 10.1016/S0377-2217(00)00100-4. URL <http://>

[//linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221700001004](http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221700001004). Citado na pág. 4, 35

**Hernández-Pérez et al.(2009)** Hipólito Hernández-Pérez, Inmaculada Rodríguez-Martín, e Juan José Salazar-González. A hybrid GRASP/VND heuristic for the one-commodity pickup-and-delivery traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, 36 (5):1639–1645. ISSN 03050548. doi: 10.1016/j.cor.2008.03.008. Citado na pág. 15

**Hosny(2010)** Manar Ibrahim Hosny. *Investigating heuristic and meta-heuristic algorithms for solving pickup and delivery problems*. Tese de Doutorado, Cardiff University. Citado na pág. 15

**Hughes(2005)** E.J. Hughes. Evolutionary many-objective optimisation: Many once or one many? Em *2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, volume 1, páginas 222–227. IEEE. ISBN 0-7803-9363-5. doi: 10.1109/CEC.2005.1554688. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1554688/>. Citado na pág. 46

**ILOS(2014)** ILOS. Transporte Rodoviário de Cargas no Brasil Brochura - Panorama ILOS. Relatório técnico, ILOS. URL <http://www.ilos.com.br/web/analise-de-mercado/relatorios-de-pesquisa/transporte-rodoviario-de-cargas/>. Citado na pág. 1

**Jozefowicz et al.(2008)** Nicolas Jozefowicz, Frédéric Semet, e El-Ghazali Talbi. Multi-objective vehicle routing problems. *European journal of operational research*, 189(2):293–309. Citado na pág. 10, 21

**Konak et al.(2006)** Abdullah Konak, David W. Coit, e Alice E. Smith. Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(9): 992–1007. ISSN 09518320. doi: 10.1016/j.ress.2005.11.018. Citado na pág. 30, 31

**Kritikos e Ioannou(2010)** Manolis N. Kritikos e George Ioannou. The balanced cargo vehicle routing problem with time windows. *International Journal of Production Economics*, 123(1):42–51. ISSN 09255273. doi: 10.1016/j.ijpe.2009.07.006. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527309002643>. Citado na pág. 19

**Lai et al.(2013)** Michela Lai, Teodor Gabriel Crainic, Massimo Di Francesco, e Paola Zuddas. An heuristic search for the routing of heterogeneous trucks with single and double container loads. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 56:108–118. ISSN 13665545. doi: 10.1016/j.tre.2013.06.001. URL <http://www.>

- [sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554513001154](http://sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554513001154)<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1366554513001154>. Citado na pág. 17
- Lai et al.(2014)** Michela Lai, Maria Battarra, Massimo Di Francesco, e Paola Zuddas. An adaptive guidance meta-heuristic for the vehicle routing problem with splits and clustered backhauls. *Journal of the Operational Research Society*, 66(7):1222–1235. ISSN 0160-5682. doi: 10.1057/jors.2014.123. URL <http://www.palgrave-journals.com/jors/journal/v66/n7/pdf/jors2014123a.pdf>. Citado na pág. 16
- Liao e Ting(2013)** Xin-Lan Liao e Chuan-Kang Ting. Solving the biobjective selective pickup and delivery problem with memetic algorithm. Em *2013 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Production and Logistics Systems (CIPLS)*, páginas 107–114. IEEE. ISBN 978-1-4673-5905-4. doi: 10.1109/CIPLS.2013.6595207. URL <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6595207>. Citado na pág. 15
- Maravilha(2011)** André Luiz Silva Maravilha. Abordagem multiobjetivo para um problema de roteamento de veículos com serviços de entrega e coleta opcional. Citado na pág. 3, 9
- McNabb et al.(2015)** Marcus E. McNabb, Jeffery D. Weir, Raymond R. Hill, e Shane N. Hall. Testing local search move operators on the vehicle routing problem with split deliveries and time windows. *Computers & Operations Research*, 56:93–109. ISSN 03050548. doi: 10.1016/j.cor.2014.11.007. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054814003013>. Citado na pág. 17
- Meira(2014)** William Hitoshi Tsunoda Meira. Problema de roteamento de veículos com entregas e coletas mistas e janelas de tempo: aplicação em uma empresa da região metropolitana de Curitiba, aug 2014. URL <http://repositorio.roca.utfpr.edu.br:8080/jspui/handle/1/2205>. Citado na pág. 18
- Meryem e Abdelmadjid(2015)** Berghida Meryem e Boukra Abdelmadjid. Resolving a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls and time windows using cuckoo behaviour approach. *International Journal of Operational Research*, 24(2):132–144. Citado na pág. 17
- NetBeans Project(2016)** NetBeans Project. NetBeans IDE, 2016. URL <https://netbeans.org/enterprise/index.html>. Citado na pág. 33

- Neumann(2007)** Neumann. VRPTW best solutions, 2007. URL <http://neumann.hec.ca/chairedistributive/data/vrptw/>. Citado na pág. 19
- Norouzi et al.(2012)** N Norouzi, R Tavakkoli-Moghaddam, M Ghazanfari, M Alinaghian, e A Salamatbakhsh. A new multi-objective competitive open vehicle routing problem solved by particle swarm optimization. *Networks and Spatial Economics*, 12(4):609–633. Citado na pág. 20
- Oracle Corporation(2017)** Oracle Corporation. Java Virtual Machine, 2017. URL <https://www.java.com/pt{}BR/>. Citado na pág. 33
- Paquete et al.(2004)** Luis Paquete, Marco Chiarandini, e Thomas Stützle. *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, volume 535 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-540-20637-8. doi: 10.1007/978-3-642-17144-4. URL <http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-17144-4{}7>. Citado na pág. 32
- Parragh et al.(2008)** Sophie N. Parragh, Karl F. Doerner, e Richard F. Hartl. A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58(1):21–51. ISSN 0344-9327. doi: 10.1007/s11301-008-0033-7. URL <https://www.infona.pl//resource/bwmeta1.element.springer-2c179bd2-76b7-3412-b9ae-782786519ebd>. Citado na pág. 10, 11, 12, 16
- Penna et al.(2013)** Puca Huachi Vaz Penna, Anand Subramanian, e Luiz Satoru Ochi. An Iterated Local Search heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. *Journal of Heuristics*, 19(2):201–232. ISSN 1381-1231. doi: 10.1007/s10732-011-9186-y. URL <http://link.springer.com/10.1007/s10732-011-9186-y>. Citado na pág. 4, 35, 38
- Pereira(2007)** Dilson Lucas Pereira. Heurísticas e algoritmo exato para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas. Dissertação de Mestrado. URL <http://dspace.lcc.ufmg.br/dspace/bitstream/1843/SLSS-85BJG5/1/dilson.pdf>. Citado na pág. 2
- Polat et al.(2015)** Olcay Polat, Can B. Kalayci, Osman Kulak, e Hans-Otto Günther. A perturbation based variable neighborhood search heuristic for solving the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery with Time Limit. *European*

- Journal of Operational Research*, 242(2):369–382. ISSN 03772217. doi: 10.1016/j.ejor.2014.10.010. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221714008145>. Citado na pág. 17
- Russell e Norvig(2010)** Stuart J. Russell e Peter Norvig. *Artificial Intelligence (A Modern Approach)*. Prentice Hall. URL <http://thuvienso.bvu.edu.vn/handle/TVDHBRVT/14319>. Citado na pág. 4, 35
- Salhi e Nagy(1999)** S Salhi e G Nagy. A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling. *Journal of the Operational Research Society*, 50(10):1034–1042. ISSN 0160-5682. doi: 10.1057/palgrave.jors.2600808. URL <http://link.springer.com/10.1057/palgrave.jors.2600808>. Citado na pág. xii, 17, 44, 45, 50
- Scholz e Bartelme(2011)** Johannes Scholz e Norbert Bartelme. Decision support for a complex spatial scheduling problem by a giscience–operations research approach: the case of vrps with pickup and delivery and time windows. Em *Geospatial Crossroads@ GI \_Forum'11: Proceedings of the Geoinformatics Forum Salzburg*, páginas 91–100. Citado na pág. 14
- Schrage(1981)** Linus Schrage. Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2):229–232. ISSN 00283045. doi: 10.1002/net.3230110212. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/net.3230110212>. Citado na pág. 20
- Sindhya et al.(2013)** Karthik Sindhya, Kaisa Miettinen, e Kalyanmoy Deb. A Hybrid Framework for Evolutionary Multi-Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 17(4):495–511. ISSN 1089-778X. doi: 10.1109/TEVC.2012.2204403. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/6216406/>. Citado na pág. 29
- Solomon(1987)** Marius M Solomon. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, 35(2):254–265. Citado na pág. 19
- Szymon e Dominik(2013)** Jagiełło Szymon e Żelazny Dominik. Solving multi-criteria vehicle routing problem by parallel tabu search on gpu. *Procedia Computer Science*, 18:2529–2532. Citado na pág. 21
- Ting e Liao(2013)** Chuan-Kang Ting e Xin-Lan Liao. The selective pickup and delivery problem: Formulation and a memetic algorithm. *International Journal of Production Economics*, 141(1):199–211. ISSN 09255273. doi: 10.1016/j.ijpe.2012.06.009. URL <http://>

[www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092552731200237X](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092552731200237X). Citado na pág. 14

**Toth e Vigo(1997)** Paolo Toth e Daniele Vigo. An Exact Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls. *Transportation Science*, 31(4):372–385. ISSN 0041-1655. doi: 10.1287/trsc.31.4.372. URL <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.31.4.372>. Citado na pág. 16, 22

**Toth e Vigo(2001)** Paolo Toth e Daniele Vigo. *The vehicle routing problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics. Citado na pág. 2

**Ubuntu MATE(2016)** Ubuntu MATE. Ubuntu MATE, 2016. URL <https://ubuntu-mate.org/>. Citado na pág. 33

**Vira e Haimes(1983)** Chankong Vira e Yacov Y Haimes. Multiobjective decision making: theory and methodology. *North Holland series in system science and engineering*, (8). URL <http://bases.bireme.br/cgi-bin/wxislind.exe/iah/online/?IsisScript=iah/iah.xis{%&}src=google{%&}base=REPIDISCA{%&}lang=p{%&}nextAction=lnk{%&}exprSearch=132053{%&}indexSearch=ID>. Citado na pág. 28

**Wang et al.(2015)** Jiahai Wang, Ying Zhou, Yong Wang, Jun Zhang, C L Chen, e Zibin Zheng. Multiobjective Vehicle Routing Problems With Simultaneous Delivery and Pickup and Time Windows: Formulation, Instances, and Algorithms. Citado na pág. 18

**Wanke e Fleury(2006)** Peter Wanke e Paulo Fernando Fleury. Transporte de cargas no Brasil: estudo explorat{ó}rio das principais vari{á}veis relacionadas aos diferentes modais e {à}s suas estruturas de custos. *Estrutura e din{â}mica do setor de servi{ç}os no Brasil*. Cap, 12: 409–464. Citado na pág. 1

**Wassan e Nagy(2014)** Niaz A Wassan e Gábor Nagy. Vehicle routing problem with deliveries and pickups: Modelling issues and meta-heuristics solution approaches. *International Journal of Transportation*, 2(1):95–110. Citado na pág. 17

**Wassan et al.(2008)** Niaz A. Wassan, Gábor Nagy, e Samad Ahmadi. A heuristic method for the vehicle routing problem with mixed deliveries and pickups. *Journal of Scheduling*, 11 (2):149–161. ISSN 1094-6136. doi: 10.1007/s10951-008-0055-y. URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s10951-008-0055-y>. Citado na pág. 17

- Zitzler(1999)** Eckart Zitzler. *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications*, volume 63. Citeseer. Citado na pág. 31, 46
- Zitzler e Künzli(2004)** Eckart Zitzler e Simon Künzli. Indicator-Based Selection in Multi-objective Search. páginas 832–842. doi: 10.1007/978-3-540-30217-9\_84. URL [http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-30217-9\\_84](http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-30217-9_84). Citado na pág. 4, 40
- Zitzler et al.(2001)** Eckart Zitzler, Marco Laumanns, e Lothar Thiele. SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. Citado na pág. 19
- ZIVIANI(2007)** Nivio ZIVIANI. Projeto de Algoritmos com implementa{ç}{ã}o em Java e C++. *S{ã}o Paulo: Editora Thomson, 1{ª} edi{ç}{ã}o*, 4(3). Citado na pág. 34
- Ziviani e Others(2004)** Nivio Ziviani e Others. *Projeto de Algoritmos: com Implementa{ç}{õ}es em Pascal e C*, volume 2. Thomson. Citado na pág. 22